Henryk Kowgier

Uniwersytet Szczeciński

Wycena europejskiej opcji kupna – model ciągły

Streszczenie

Celem tego artykułu jest ukazanie praktycznego wykorzystania metody martyngałowej dla procesów ciągłych do wyceny europejskiej opcji kupna wystawionej na akcję bez praw do dywidendy.

Słowa kluczowe: miara martyngałowa, model ciągły, wycena europejskiej opcji kupna.

Wiadomości wstępne

Zanim przejdziemy formalnie do przykładu dotyczącego wyceny opcji metodą martyngałową z czasem ciągłym, zdefiniujemy pojęcie martyngału, podane zostanie twierdzenie o reprezentacji martyngałowej dla modeli ciągłych oraz wyprowadzony wzór Blacka-Scholesa na cenę europejskiej opcji kupna i sprzedaży.

Proces Z_t nazywamy martyngałem względem miary Q i filtracji F_t, jeżeli zachodzą warunki:

$$E^Q(\left| Z_t \right|) < \infty,$$
$$\bigwedge_{r \le t} E^Q(Z_t \mid F_r) = Z_r \tag{1}$$

Podobnie jak w przypadku dyskretnym[1] należy ustalić strategię replikującą, umożliwiającą wycenę danego instrumentu *X* w dowolnej chwili $t < T$, gdzie *T* – termin wygaśnięcia. W tym celu dodatkowo przyjęto, że proces S_t ceny akcji ma zmienność σ_t.

Strategia samofinansująca (w przypadku ciągłym) portfela $\aleph_t = (\eta_t, \lambda_t)$ jest strategią replikującą – odtwarzającą wartość wypłaty instrumentu *X*, jeżeli spełnione są warunki[2]:

$$\aleph_T = \eta_T S_T + \lambda_T C_T = X \tag{2}$$

$$\int_0^T \sigma_t^2 \eta_t^2 dt < \infty \tag{3}$$

[1] H. Kowgier, *O wykorzystaniu do wyceny opcji twierdzenia o reprezentacji martyngałowej,* Firma i Rynek 2/2007, Szczecin 2007.

[2] A. Weron, R. Weron, *Inżynieria finansowa* 1998.

gdzie

η_t – liczba akcji,

λ_t – liczba obligacji.

Portfel samofinansujący ma tę własność, że zmiany jego wartości w każdej chwili *t* zależą jedynie od zmian walorów znajdujących się w portfelu i nie wymaga dodatkowego finansowania. Aby wycenić instrument pochodny *X,* należy określić rynek z procesem ceny instrumentu podstawowego, a następnie wykorzystując prawa analizy stochastycznej znaleźć samofinansującą i replikującą strategię dla instrumentu pochodnego *X*.

Twierdzenie (o reprezentacji martyngałowej dla procesów ciągłych).

Niech B_t będzie ruchem Browna względem miary Q, a Z_t niech będzie Q – martyngałem o takiej własności, że $dZ_t = \sigma dB_t$ ($\sigma \neq 0$). Jeżeli W_t jest Q-martyngałem, to istnieje F_t – prognozowalny proces η_t:

$$\int_0^T \sigma_t^2 \eta_t^2 < 0 \tag{4}$$

oraz

$$W_t = W_0 + \int_0^T \eta_s dZ_s \tag{5}$$

Wykorzystanie powyższego twierdzenia umożliwia porównanie dwóch Q – martyngałów i znalezienie tzw. strategii zabezpieczającej. Stosowanie strategii zabezpieczającej powoduje to, że replikujemy wartość wypłaty instrumentu finansowego w chwili jego realizacji i prowadzi to do wyceny instrumentu finansowego.

Wzór Blacka-Scholesa na europejską opcję kupna lub sprzedaży można otrzymać na kilka sposobów. Należy do niej na przykład metoda stochastycznych równań różniczkowych cząstkowych[3] lub metoda martyngałowa. Wykorzystując metodę martyngałową cenę Blacka- -Scholesa europejskiej opcji kupna wyraża wzór[4]:

$$\overset{(k)}{C}_{B-S} = e^{-rT,} E^Q[\max\{(S_T - C_w),0\}]\ . \tag{6}$$

gdzie

r – stopa procentowa wolna od ryzyka,

T – czas wykonania opcji,

C_w – cena wykonania opcji,

Q – miara martyngałowa.

---

[3] D.C. Shimko, *Finance in Continuous Time*. A primer, University of Southern California, Kolb Publishing Company 1992.

[4] A. Weron, R. Weron, *Inżynieria finansowa,* WNT, Warszawa1998.

Proces ceny S_t można wyrazić stosując do tego celu ruch Browna $\overline{B}_t$ względem pewnej miary martyngałowej Q, następująco[5]:

$$dS_t = \sigma S_t d\overline{B}_t + (r - \frac{1}{2}\sigma^2) S_t dt \tag{7}$$

lub równoważnie:

$$d(\ln S_t) = \sigma d\overline{B}_t + (r - \frac{1}{2}\sigma^2) dt \tag{8}$$

Ze wzoru (7) otrzymano:

$$\ln S_t = \ln S_0 + \sigma\overline{B}_t + (r - \frac{1}{2}\sigma^2)\ t = \ln S_0 + \ln e^{\sigma\overline{B}_t + (r - \frac{1}{2}\sigma^2)t} = \ln S_0 e^{\sigma\overline{B}_t + (r - \frac{1}{2}\sigma^2)t},$$

więc

$$S_t = S_0 e^{\sigma\overline{B}_t + (r - \frac{1}{2}\sigma^2)t} \tag{9}$$

Z własności ruchu Browna[6] rozkład zmiennej S_T można przedstawić jako rozkład innej zmiennej $S_0 e^{\overline{N}+rT}$, gdzie zmienna $\overline{N}$ ma rozkład taki sam, jak rozkład normalny $N(-\frac{1}{2}\sigma^2 T, \sigma^2 T)$, przy czym zachodzi:

$$\overset{(k)}{C}_{B-S} = e^{-rT} E^P[\max\{S_0 e^{\overline{N}+rT} - C_w, 0\}] = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2 T}} \int_{\ln\frac{C_w}{S_0} - rT}^{\infty} (S_0 e^x - C_w e^{-rT}) e^{[\frac{-(x+\frac{1}{2}\sigma^2 T)^2}{2\sigma^2 T}]} dx \tag{10}$$

ponieważ gdy $S_T \geq C_w$, to $S_0 e^{\overline{N}+rT} \geq C_w$ przy $\overline{N} \geq \ln\frac{C_w}{S_0} - rT$.

Po podstawieniu $z = -\frac{x + \frac{1}{2}\sigma^2 T}{\sigma\sqrt{T}}$ otrzymuje się:

$$x = -\frac{1}{2}\sigma^2 T - z\sigma\sqrt{T},\ dz = \frac{-dx}{\sigma\sqrt{T}} \quad \text{oraz} \quad dx = -dz\sigma\sqrt{T}.$$

Ponadto jeżeli $x = \ln\frac{C_w}{S_0} - rT$ to zachodzi:

$$z = \frac{-(\ln\frac{C_w}{S_0} - rT) - \frac{1}{2}\sigma^2 T}{\sigma\sqrt{T}} = \frac{-\ln C_w + \ln S_0 + rT - \frac{1}{2}\sigma^2 T}{\sigma\sqrt{T}} = \frac{\ln\frac{S_0}{C_w} + (r - \frac{1}{2}\sigma^2)T}{\sigma\sqrt{T}},$$

[5] Ibidem.

[6] Ibidem..

gdy $x \to \infty$ to $z \to -\infty$. Uwzględniając ostatnie zależności, otrzymano:

$$\overset{(k)}{C}_{B-S} = -\frac{\sigma\sqrt{T}}{\sqrt{2\pi\sigma^2 T}} \int_{\frac{\ln\frac{S_0}{C_w}+(r-\frac{1}{2}\sigma^2)T}{\sigma\sqrt{T}}}^{-\infty} \left(S_0 e^{-\sigma\sqrt{T}z-\frac{1}{2}\sigma^2 T} - C_w e^{-rT} \right) e^{-\frac{1}{2}z^2} .$$

Zatem

$$\overset{(k)}{C}_{B-S} = -\frac{\sigma\sqrt{T}}{\sqrt{2\pi\sigma^2 T}} \int_{\frac{\ln\frac{S_0}{C_w}+(r-\frac{1}{2}\sigma^2)T}{\sigma\sqrt{T}}}^{-\infty} \left(S_0 e^{-\sigma\sqrt{T}z-\frac{1}{2}\sigma^2 T} - C_w e^{-rT} \right) e^{-\frac{1}{2}z^2} =$$

$$= \frac{S_0}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\frac{\ln\frac{S_0}{C_w}+(r-\frac{1}{2}\sigma^2)T}{\sigma\sqrt{T}}} e^{-\sigma\sqrt{T}z-\frac{1}{2}\sigma^2 T-\frac{1}{2}z^2} dz - \frac{C_w e^{-rT}}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\frac{\ln\frac{S_0}{C_w}+(r-\frac{1}{2}\sigma^2)T}{\sigma\sqrt{T}}} e^{-\frac{1}{2}z^2} dz \qquad (11)$$

Ponieważ prawdziwe są równości

$$-\sigma\sqrt{T}z - \frac{1}{2}\sigma^2 T - \frac{1}{2}z^2 = -\frac{1}{2}(z+\sigma\sqrt{T})^2$$

oraz

$$z+\sigma\sqrt{T} = \frac{\ln\frac{S_0}{C_w}+(r-\frac{1}{2}\sigma^2)T}{\sigma\sqrt{T}} + \sigma\sqrt{T} = \frac{\ln\frac{S_0}{C_w}+(r+\frac{1}{2}\sigma^2)T}{\sigma\sqrt{T}} ,$$

więc można zapisać:

$$\overset{(k)}{C}_{B-S} = \frac{S_0}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\frac{\ln\frac{S_0}{C_w}+(r+\frac{1}{2}\sigma^2)T}{\sigma\sqrt{T}}} e^{-\frac{1}{2}z^2} dz - \frac{C_w e^{-rT}}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\frac{\ln\frac{S_0}{C_w}+(r-\frac{1}{2}\sigma^2)T}{\sigma\sqrt{T}}} e^{-\frac{1}{2}z^2} dz \qquad (12)$$

Wobec tego, że

$$F\left(\frac{\ln\frac{S_0}{C_w}+(r \pm \frac{1}{2}\sigma^2)T}{\sigma\sqrt{T}}\right) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\frac{\ln\frac{S_0}{C_w}+(r\pm\frac{1}{2}\sigma^2)T}{\sigma\sqrt{T}}} e^{-\frac{1}{2}z^2} dz$$

jest dystrybuantą standaryzowanego rozkładu normalnego otrzymuje się:

$$\overset{(k)}{C}_{B-S} = S_0 F\left(\frac{\ln\frac{S_0}{C_w} + (r + \frac{1}{2}\sigma^2)T}{\sigma\sqrt{T}}\right) - C_w e^{-rT} F\left(\frac{\ln\frac{S_0}{C_w} + (r - \frac{1}{2}\sigma^2)T}{\sigma\sqrt{T}}\right) \tag{13}$$

Zależność (13) jest wzorem Blacka-Scholesa na cenę europejskiej opcji kupna odpowiadającej chwili $t = 0$. Wzór ten można rozszerzyć na dowolną chwilę t. Jeżeli $z \in < t, T >$, to można napisać:

$$S_z = S_0 e^{\sigma \overline{B}_z + (r - \frac{1}{2}\sigma^2) z} \tag{14}$$

Ponadto

$$S_0 e^{\sigma \overline{B}_t + (r - \frac{1}{2}\sigma^2)t} e^{\sigma \overline{B}_z - \sigma \overline{B}_t + (r - \frac{1}{2}\sigma^2)(z-t)} = S_t e^{\sigma(\overline{B}_z - \overline{B}_t) + (r - \frac{1}{2}\sigma^2)(z-t)} = S_z \tag{15}$$

Stosując wzór (15) przy $z = T$, cenę instrumentu pochodnego, w tym przypadku europejskiej opcji kupna, w dowolnej chwili t można wyrazić wzorem[7]:

$$\overset{(k)}{C}_{B-S} = C_t E^Q[\max\{C_t^{-1}(S_T - C_w), 0\} \mid F_t] = e^{-r(T-t)} E^Q[\max\{S_t e^{\sigma(\overline{B}_T - \overline{B}_t) + (r - \frac{1}{2}\sigma^2)(T-t)} - C_w, 0\}] .$$

Postępując dla dowolnego t tak jak dla $t = 0$, wzór Blacka–Scholesa ma postać podobną do zależności (13):

$$\overset{(k)}{C}_{B-S} = S_t F\left(\frac{\ln\frac{S_t}{C_w} + (r + \frac{1}{2}\sigma^2)(T-t)}{\sigma\sqrt{T-t}}\right) - C_w e^{-r(T-t)} F\left(\frac{\ln\frac{S_t}{C_w} + (r - \frac{1}{2}\sigma^2)(T-t)}{\sigma\sqrt{T-t}}\right) \tag{16}$$

lub krócej

$$\overset{(k)}{C}_{B-S} = S_t F(d_1) - C_w e^{-r(T-t)} F(d_2) \tag{17}$$

gdzie:

$$F(d_1) = F\left(\frac{\ln\frac{S_t}{C_w} + (r + \frac{1}{2}\sigma^2)(T-t)}{\sigma\sqrt{T-t}}\right),$$

$$F(d_2) = F\left(\frac{\ln\frac{S_t}{C_w} + (r - \frac{1}{2}\sigma^2)(T-t)}{\sigma\sqrt{T-t}}\right),$$

$$d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{T-t},$$

[7] Ibidem.

przy czym w tym przypadku można przyjąć, że cena kupna Blacka-Scholesa jest funkcją trzech zmiennych: S_t, C_w oraz $T-t$.

Strategię zabezpieczającą w tym przypadku można otrzymać na przykład za pomocą portfela $\aleph_t = (\eta_t, \lambda_t)$,

gdzie:

$$\eta_t = \frac{\partial \overset{(k)}{C}_{B-S}}{\partial S_t},$$

$$\lambda_t = C_t^{-1}(\overset{(k)}{C}_{B-S} - \eta_t S_t) = C_t^{-1}(S_t F(d_1) - C_w e^{-r(T-t)} F(d_2) - F(d_1) S_t) =$$
$$= -e^{-rt} C_w e^{-r(T-t)} F(d_2) = -e^{-rT} C_w F(d_2) \tag{18}$$

ponieważ zachodzi:

$$\frac{\partial \overset{(k)}{C}_{B-S}}{\partial S_t} = \frac{\partial}{\partial S_t}(S_t F(d_1) - C_w e^{-r(T-t)} F(d_2)) = F(d_1) \tag{19}$$

oraz wartość portfela $\aleph_t$ dana jest zależnością:

$$U(\aleph_t) = \eta_t S_t + \lambda_t C_t = F(d_1) S_t + C_t^{-1}(\overset{(k)}{C}_{B-S} - F(d_1) S_t) C_t = \overset{(k)}{C}_{B-S} \tag{20}$$

Podobnie, wykorzystując wzór opisujący tzw. parytet kupna-sprzedaży dla opcji europejskich, można znaleźć cenę Blacka-Scholesa dla europejskiej opcji sprzedaży:

$$\overset{(s)}{C}_{B-S} = C_w e^{-r(T-t)} + \overset{(k)}{C}_{B-S} - S_t = C_w e^{-r(T-t)} + S_t F(d_1) - C_w e^{-r(T-t)} F(d_2) - S_t =$$
$$= C_w e^{-r(T-t)} (1 - F(d_2)) - S_t (1 - F(d_1)) =$$
$$= C_w e^{-r(T-t)} \left(\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\frac{1}{2}z^2} dz - \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\frac{\ln\frac{S_t}{C_w} + (r - \frac{1}{2}\sigma^2)(T-t)}{\sigma\sqrt{T-t}}} e^{-\frac{1}{2}z^2} dz \right) +$$
$$- S_t \left(\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\frac{1}{2}z^2} dz - \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\frac{\ln\frac{S_t}{C_w} + (r + \frac{1}{2}\sigma^2)(T-t)}{\sigma\sqrt{T-t}}} e^{-\frac{1}{2}z} dz \right) =$$
$$= C_w e^{-r(T-t)} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{\frac{\ln\frac{S_t}{C_w} + (r - \frac{1}{2}\sigma^2)(T-t)}{\sigma\sqrt{T-t}}}^{\infty} e^{-\frac{1}{2}z^2} dz - S_t \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{\frac{\ln\frac{S_t}{C_w} + (r + \frac{1}{2}\sigma^2)(T-t)}{\sigma\sqrt{T-t}}}^{\infty} e^{-\frac{1}{2}z^2} dz =$$

$$= C_w e^{-r(T-t)} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{-\frac{\ln\frac{S_t}{C_w}+(r-\frac{1}{2}\sigma^2)(T-t)}{\sigma\sqrt{T-t}}} e^{-\frac{1}{2}z^2} dz - S_t \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{-\frac{\ln\frac{S_t}{C_w}+(r+\frac{1}{2}\sigma^2)(T-t)}{\sigma\sqrt{T-t}}} e^{-\frac{1}{2}z^2} dz =$$

$$= C_w e^{-r(T-t)} F(-d_2) - S_t F(d_1)$$

czyli

$$\overset{(s)}{C}_{B-S} = C_w e^{-r(T-t)} F(-d_2) - S_t F(-d_1) \tag{21}$$

gdzie:

$$F(-d_1) = F\left(-\frac{\ln\frac{S_t}{C_w} + (r + \frac{1}{2}\sigma^2)(T-t)}{\sigma\sqrt{T-t}} \right),$$

$$F(-d_2) = F\left(-\frac{\ln\frac{S_t}{C_w} + (r - \frac{1}{2}\sigma^2)(T-t)}{\sigma\sqrt{T-t}} \right).$$

Do wyprowadzenia równania (21) wykorzystano też następujące fakty:

$$\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\frac{1}{2}z^2} dz = 1 \text{ , gdyż } \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\frac{1}{2}z^2} dz = 2\int_{0}^{\infty} e^{-\frac{1}{2}z^2} dz = 2\sqrt{\frac{\pi}{2}} = \sqrt{2\pi}$$

oraz

$$\int_{0}^{\infty} e^{-\frac{1}{2}z^2} dz = \frac{\sqrt{\pi}}{2\frac{\sqrt{2}}{2}} = \sqrt{\frac{\pi}{2}}$$

jako całka Laplace'a[8]. Ponadto, ponieważ wykres funkcji gęstości rozkładu standaryzowanego jest w tym przypadku symetrycznie rozmieszczony względem rzędnej poprowadzonej z punktu z = 0, więc zachodzi:

$$\int_{-\infty}^{-\frac{\ln\frac{S_t}{C_w}+(r\mp\frac{1}{2}\sigma^2)(T-t)}{\sigma\sqrt{T-t}}} e^{-\frac{1}{2}z^2} dz = \int_{\frac{\ln\frac{S_t}{C_w}+(r\mp\frac{1}{2}\sigma^2)(T-t)}{\sigma\sqrt{T-t}}}^{\infty} e^{-\frac{1}{2}z^2} dz.$$

Cena Blacka-Scholesa opcji sprzedaży dla $t = 0$ przyjmuje postać:

$$\overset{(s)}{C}_{B-S} = C_w e^{-rT} F(-d_2) - S_0 F(-d_1) \tag{22}$$

W przypadku europejskiej opcji sprzedaży strategia zabezpieczająca dana jest portfelem:

$$\aleph_t = (\eta_t, \lambda_t) = \left(\frac{\partial \overset{(s)}{C}_{B-S}}{\partial S_t}, C_t^{-1} (\overset{(s)}{C}_{B-S} - \frac{\partial \overset{(s)}{C}_{B-S}}{\partial S_t} S_t) \right) \tag{23}$$

ponieważ zachodzi:

$$\frac{\partial \overset{(s)}{C}_{B-S}}{\partial S_t} = \frac{\partial}{\partial S_t} (C_w e^{-r(T-t)} F(d_2) - S_t F(d_1)) = -F(-d_1) \tag{24}$$

oraz

$$U(\aleph_t) = \eta_t S_t + \lambda_t C_t = -F(-d_1) S_t + C_t^{-1} (\overset{(s)}{C}_{B-S} + F(-d_1) S_t) C_t = \overset{(s)}{C}_{B-S} \tag{25}$$

przy czym

$$\lambda_t = C_t^{-1} (\overset{(s)}{C}_{B-S} + F(-d_1) S_t) = C_t^{-1} (C_w e^{-r(T-t)} F(-d_2) - S_t F(-d_1) + F(-d_1) S_t) =$$
$$= e^{-rt} (C_w e^{-rT+rt} F(-d_2)) = C_w e^{-rT} F(-d_2) \tag{26}$$

Przykład empiryczny

Do symulacji wyceny europejskiej opcji kupna wystawionej na akcję bez praw do dywidendy wykorzystano twierdzenie o reprezentacji martyngałowej dla modeli ciągłych. Utworzono dwa Q – martyngały o postaci: $e^{-rt} S_t$ oraz $E_t = E^Q (e^{-rT} X \mid F_t)$. Dzięki nim można stworzyć F_t – prognozowalny proces η_t oraz proces $\lambda_t = E_t - \eta_t e^{-t} S_t$. Do obliczeń przyjęto czas wykonania opcji $T =$ 0,25 roku (3 miesiące), zmienność ceny akcji $\sigma = 15\%$, stopę procentowa wolną od ryzyka r = 25%, cenę wykonania opcji kupna C_w = 36,00 zł oraz skorzystano ze wzorów (17) , (18) i (19).

Tabela 1. Symulacja wyceny europejskiej opcji kupna za pomocą metody martyngałowej — model ciągły

Czas – numer tygodnia	Cena akcji S_t (zł)	E_t (zł)	Cena europejskiej opcji kupna $X_t = e^{rt} E_t$ (zł)	Liczba akcji η_t	Liczba obligacji λ_t
0	40,00	6,19	6,19	0,98870	-33,358
1	41,50	7,467	7,506	0,997523	-33,715
2	39,50	5,284	5,34	0,984220	-33,189
3	38,48	4,086	4,151	0,963270	-32,406
4	38,00	3,450	3,520	0,944080	-31,686
5	37,54	2,850	2,925	0,919240	-30,771
6	37,20	2,320	2,394	0,890700	-29,795
7	36,52	1,60	1,66	0,805100	-26,750
8	36,20	1,11	1,16	0,735700	-24,435
9	37,30	1,84	1,93	0,916210	-30,769
10	38,40	2,64	2,78	0,993053	-33,558
11	39,00	3,01	3,19	0,99996092	-33,817

Źródło: opracowanie własne

Wnioski końcowe

Podobnie jak w modelu dyskretnym w modelu ciągłym również aktualizowany jest portfel, który zawiera η_i akcji oraz λ_i obligacji w celu zabezpieczenia się przed ryzykiem zmian cen instrumentu bazowego (akcji). W każdym momencie dla $t \in < 0, T$ składniki portfela replikującego opcję kupna ulegają zmianie. Z tabeli 1 wynika, że w pierwszym tygodniu gdy cena akcji wynosi $S_1 =$ 41,50 zł, inwestor powinien mieć w swoim portfelu $\eta_1 =$ 0,997523 akcji i $\lambda_1 =$ -33,715 obligacji po cenie opcji $X_1 =$ 7,506 zł. W drugim tygodniu, gdy cena akcji wynosi $S_2 =$ 39,50 zł, w skład portfela inwestora powinno wchodzić $\eta_2 =$ 0,98422 akcji, $\lambda_2 =$ -33,189 obligacji, po cenie opcji wynosi $X_2 =$ 5,34 zł. Na spadek wartości opcji w drugim tygodniu wpływa obniżenie ceny instrumentu bazowego oraz zmniejszenie się czasu jaki pozostał do terminu wygaśnięcia opcji. Istotna zmiana zawartości portfela jest widoczna wówczas gdy cena akcji wynosi 36,20 zł, czyli znacząco zbliża do ceny wykonania opcji, która wynosi 36,00 zł. Wtedy portfel inwestora zawiera 0,735700 akcji oraz –24,435 obligacji.

W ostatnich czasach procesy martyngałowe stały się popularnym i efektywnym narzędziem badawczym stosowanym na rynku kapitałowym. Z uwagi na dość ugruntowaną już wiedzę o martyngałach należy żywić nadzieję, że nieustannie będzie się poszerzał zakres zastosowań tego pożytecznego narzędzia w naukach ekonomicznych.

THE EUROPEAN CALL OPTION PRICING – CONTINUOUS MODEL

Summary
In the article a method of using practically the martingale representation theorem for the European call option pricing has been presented.
Keywords: martingale measure, continuous model, European call option pricing.