

**dr Kinga Kądziołka**

---

---

Wyższa Szkoła Biznesu w Dąbrowie Górniczej

## **Zastosowanie metod grupowania hierarchicznego w strategiach portfelowych**

### **Streszczenie:**

Artykuł porusza zagadnienie wykorzystania metod grupowania hierarchicznego w procesie budowy portfeli inwestycyjnych. Grupowanie hierarchiczne zostanie wykorzystane celem redukcji liczby elementów (tu kryptowalut) charakteryzujących się silnym dodatnim skorelowaniem stóp zwrotu. Zwrócona zostanie uwaga na wpływ sposobu zdefiniowania miary odległości (niepodobieństwa) między obiektami na uzyskiwane dendrogramy. Analizowany będzie również wpływ sposobu wyboru reprezentantów grup oraz ustalania wag składowych portfela na uzyskiwane stopy zwrotu z inwestycji. Zaproponowana zostanie pewna modyfikacja metody ustalania wag składowych portfela autorstwa Papenbrocka pozwalająca na uwzględnienie redukcji liczby elementów tworzących portfel. Jednak w analizowanych przykładach ani metoda Papenbrocka ani zaproponowana jej modyfikacja nie umożliwią osiągnięcia wyższej stopy zwrotu niż klasyczna strategia MVP.

**Słowa kluczowe:** waluty kryptograficzne, ryzyko, strategie portfelowe, grupowanie hierarchiczne

---

### **Wprowadzenie**

Celem artykułu jest zaprezentowanie możliwości wykorzystania hierarchicznych metod grupowania do redukcji liczby elementów tworzących portfel inwestycyjny. Prezentowana metoda zostanie zastosowana do konstruowania portfeli kryptowalut. Pojęcie „kryptowaluta” (lub „waluta kryptograficzna”) tłumaczone jest jako „waluta cyfrowa oparta na kryptografii i działająca w sieci peer-to-peer<sup>1</sup>”. Z kolei peer-to-peer to „rozproszona architektura sieci. W tym modelu każdy użytkownik jest równy i łączy się bezpośrednio z innymi komputerami w sieci<sup>2</sup>”. Jedną z najpopularniejszych walut kryptograficznych jest bitcoin, który został wprowadzony w 2009 r. Sukces bitcoina przyczynił się do powstania innych kryptowalut. Obecnie funkcjonuje ich kilkaset a ich wartość szacowana jest na około 100 mld. dol<sup>3</sup>. Waluty kryptograficzne stanowią nową i ciekawą formę inwestycji alternatywnych. Pozwalają osiągać wysokie stopy zwrotu, jednakże charakteryzują się dużo większym ryzykiem niż inwestycje tradycyjne<sup>4</sup>. Jedną z metod ograniczenia ryzyka jest ulokowanie kapitału nie w jeden rodzaj, ale w kilka różnych walut kryptograficznych, które utworzą tzw. portfel kryptowalut. Ryzyko portfela będzie wypadkową wielkości ryzyka jego składników. Podstawowym problemem, jaki pojawia się podczas budowy portfela

---

<sup>1</sup> por. M. Szymankiewicz, Bitcoin. Wirtualna waluta Internetu, Helion, Gliwice 2014, s. 22.

<sup>2</sup> Ibid., s. 38.

<sup>3</sup> www.coinmarketcap.com, [dostęp z dn. 09.07.2017].

<sup>4</sup> K. Kądziołka, Ocena ryzyka inwestycji w kryptowalutę bitcoin. Współczesna Gospodarka, 2015, nr 3, s. 1 - 8.

jest wybór walut kryptograficznych oraz podział inwestowanych środków między poszczególne kryptowaluty (ustalenie tzw. wag portfela). Ryzyko portfela zależy nie tylko od ryzyka poszczególnych kryptowalut, wchodzących w jego skład, ale również od wzajemnego powiązania stóp zwrotu tych kryptowalut. W niniejszym artykule szczególna uwaga zostanie zwrócona na zagadnienie redukcji liczby kryptowalut (potencjalnych składników portfela) charakteryzujących się dodatnim skorelowaniem stóp zwrotu. Do redukcji początkowego zestawu kryptowalut wykorzystana będzie metoda grupowania hierarchicznego, w wyniku której dokonany zostanie podział walut kryptograficznych na grupy. Następnie z każdej grupy zostanie wybrana jedna kryptowaluta – reprezentant grupy, która wejdzie w skład portfela inwestycyjnego. Metody grupowania hierarchicznego były wykorzystywane w analizie portfelowej, m. in. do wyboru portfela akcji. Spółki grupowano w oparciu o wskaźniki finansowe i wartości stóp zwrotu<sup>5</sup>. Tutaj grupowane będą kryptowaluty scharakteryzowane za pomocą dziennych stóp zwrotu. Poruszona zostanie również problematyka definiowania odległości między obiektami (kryptowalutami scharakteryzowanymi za pomocą dziennych stóp zwrotu). Rozważane będą miary odległości wykorzystujące: współczynnik korelacji liniowej, współczynnik korelacji kolejnościowej Spearmana oraz zgodność kierunku zmian kursu<sup>6</sup>. Do oceny zależności między stopami zwrotu często wykorzystywany jest współczynnik korelacji liniowej. Jego bezwzględna wartość wskazuje na siłę a znak na kierunek powiązania. Celem ograniczenia ryzyka inwestycji inwestor powinien uwzględnić w składzie portfela te kryptowaluty, dla których współczynnik korelacji stóp zwrotu jest ujemny lub ma niską dodatnią wartość. W pierwszym przypadku spadki kursu jednej kryptowaluty będą rekompensowane wzrostami kursu drugiej. Natomiast w drugim, spadkom kursu jednej kryptowaluty będą towarzyszyły co najwyżej nieznaczne spadki kursu drugiej<sup>7</sup>. Z kolei współczynnik korelacji kolejnościowej Spearmana (w odróżnieniu od współczynnika korelacji liniowej) pozwala mierzyć również monotoniczne zależności nieliniowe<sup>8</sup>. Rozważane będą również różne sposoby wyboru reprezentantów poszczególnych grup kryptowalut uzyskanych w wyniku grupowania. Udział poszczególnych kryptowalut w portfelu wyznaczany będzie zgodnie ze strategią MVP (ang. *Mean – Variance Portfolio*). Wyniki uzyskane z wykorzystaniem strategii MVP zostaną porównane z wynikami inwestycji w portfele, w których wagi będą ustalone zgodnie z metodą zaproponowaną przez J. Papenbrocka (2011) oraz jej modyfikacją (zaproponowaną w niniejszym artykule) uwzględniającą redukcję początkowego zbioru kryptowalut. Prezentowane wyniki uzyskano z wykorzystaniem darmowego programu R.

### Teoretyczne podstawy grupowania hierarchicznego

Rezultatem działania metody grupowania hierarchicznego jest drzewo hierarchicznie ułożonych skupień, tzw. dendrogram. Procedura grupowania wykorzystującego metody aglomeracyjne działa według następującego schematu<sup>9</sup>:

- W macierzy odległości znajdź parę klas (skupień) najbardziej podobnych (najmniej odległych w sensie przyjętej miary odległości). Załóżmy, że są to klasy  $P_i$  i  $P_k$ .

<sup>5</sup> U. Skórska – Pokarowska, Effective Portfolios – Econometrics and Statistics in Search of Profitable Investments. *Acta Physica Polonica*, 2005, nr 8, s. 2589 – 2599; T. T. Bjerring, O. Ross, A. Weissensteiner, Feature selection for portfolio optimization. *Annals of Operations Research*. 2016. DOI: 10.1007/s10479-016-2155-y; E. Pośpiech, Analiza porównawcza wybranych metod grupowania spółek giełdowych. *Zeszyty Naukowe Uniwersytetu Ekonomicznego w Katowicach Studia Ekonomiczne* nr 297, s. 153 – 165.

<sup>6</sup> Zaproponowane miary niepodobieństwa obiektów nie są odległościami w sensie matematycznym z uwagi na niespełnienie warunku trójkąta.

<sup>7</sup> K. Kądziołka, Zastosowanie strategii portfelowych do inwestycji w waluty kryptograficzne. *Firma i Rynek* nr 1/2017, s. 110.

<sup>8</sup> W prezentowanych przykładach główna uwaga zostanie skoncentrowana na ocenie stopy zwrotu z inwestycji w portfele, w przypadku których do oceny skorelowania stóp zwrotu składników (kryptowalut) wykorzystany będzie współczynnik korelacji kolejnościowej Spearmana.

<sup>9</sup> E. Gatnar, *Statystyczna analiza danych z wykorzystaniem programu R*. Wydawnictwo PWN, Warszawa 2009, s. 413.

- Zredukuj liczbę skupień o jeden, łącząc skupienia  $P_i$  i  $P_k$ .
- Przekształć odległości (zgodnie z przyjętą metodą wiązania skupień) między połączonymi skupieniami a pozostałymi skupieniami.

Powtarzaj kroki 1 – 3 aż wszystkie obiekty znajdą się w jednej klasie.

Wynik grupowania zależy od zastosowanego sposobu wyznaczania odległości między obiektami oraz przyjętej metody wiązania skupień.

### Problem wyboru miary odległości między obiektami i metody wiązania skupień

W rozważanych w niniejszym artykule przykładach, kryptowaluty będą dzielone na grupy obiektów podobnych na podstawie dziennych stóp zwrotu z wybranego arbitralnie okresu. Będą więc scharakteryzowane za pomocą szeregów czasowych. Do określenia podobieństwa między szeregami czasowymi można wykorzystać współczynnik korelacji liniowej. Wówczas miarę odległości (niepodobieństwa) możemy zdefiniować jako<sup>10</sup>:  $d(X, Y) = 1 - r$ , gdzie  $r$  oznacza współczynnik korelacji stóp zwrotu kryptowaluty  $X$  i  $Y$ . Oczywiście nie jest to jedyna możliwość. J. Papenbrock grupując wybrane niemieckie spółki w oparciu o ich stopy zwrotu wykorzystał następujący sposób wyznaczenia odległości<sup>11</sup>:  $d(X, Y) = \sqrt{2(1 - r)}$ . Istnieją również różne metody wiązania skupień, takie jak: metoda pojedynczego wiązania (ang. *single linkage*), metoda pełnego wiązania (ang. *complete linkage*), metoda średnich połączeń czy metoda Warda. W metodzie pojedynczego wiązania odległość między skupieniami jest równa najmniejszej odległości między dwoma dowolnymi obiektami należącymi do różnych skupień. W metodzie pełnego wiązania odległość między skupieniami jest równa największej odległości między dwoma dowolnymi obiektami należącymi do różnych skupień. W metodzie średniego wiązania odległość między skupieniami jest równa średniej odległości między dwoma dowolnymi obiektami należącymi do różnych skupień. Z kolei metoda Warda do szacowania odległości między skupieniami wykorzystuje analizę wariancji. Na każdym etapie tworzenia dendrogramu, spośród wszystkich możliwych do łączenia par skupień wybiera się tę, która w rezultacie łączenia da skupienie o najmniejszym zróżnicowaniu<sup>12</sup>. W tym artykule wykorzystana zostanie metoda pełnego wiązania i rozważane będą następujące metody wyznaczania odległości między obiektami:

$d_1(X, Y) = 1 - r$ , gdzie  $r$  - współczynnik korelacji liniowej stóp zwrotu kryptowaluty  $X$  i  $Y$ ,

$d_2(X, Y) = 1 - r_s$ , gdzie  $r_s$  - współczynnik korelacji kolejnościowej Spearmana stóp zwrotu kryptowaluty  $X$  i  $Y$ ,

$d_3(X, Y) = 1 - z$ , gdzie  $z$  oznacza zgodność kierunku zmian kursu kryptowaluty  $X$  i  $Y$ .

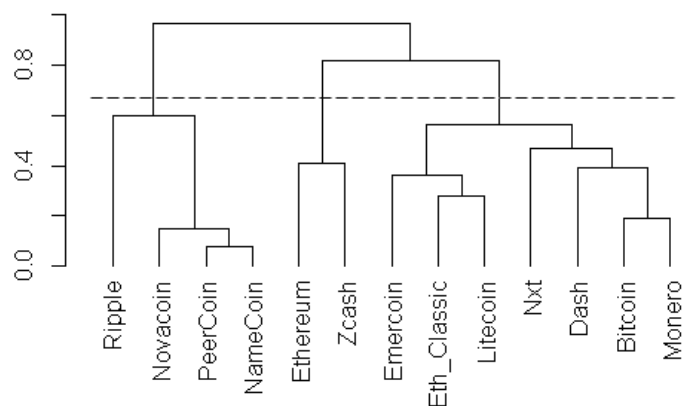
Na rys. nr 1 – 3 przedstawiono dendrogramy uzyskane przy wykorzystaniu różnych metod określenia odległości między kryptowalutami wyznaczonymi na podstawie dziennych stóp zwrotu z okresu<sup>13</sup> 25.05.2017 – 08.07.2017. Przerywaną linią zaznaczono przyjęte (arbitralnie) miejsce podziału dendrogramu.

<sup>10</sup> K. Kądziołka, Zastosowanie strategii portfelowych..., s. 110.

<sup>11</sup> J. Papenbrock, Asset Clusters and Asset Networks in Financial Risk Management and Portfolio Optimization, PHD Thesis, Karlsruhe Institut für Technologie (KIT), 2011, s. 31.

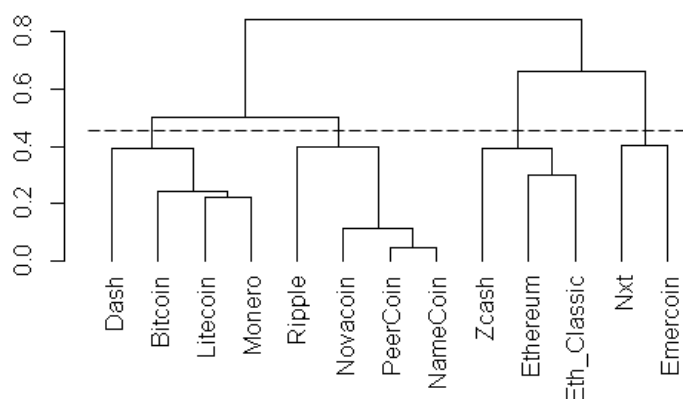
<sup>12</sup> A. Stanisław, Przystępny kurs statystyki z zastosowaniem STATISTICA PL na przykładach z medycyny. Tom 3. Analizy wielowymiarowe. StatSoft, Kraków 2007, s. 120.

<sup>13</sup> Z uwagi na to, że celem artykułu jest głównie prezentacja metody, okres i liczbę obserwacji, na podstawie których wygenerowano dendrogramy przyjęto w sposób arbitralny, nie zajmując się m. in. problemem zależności uzyskiwanych wyników inwestycji od liczby przeszłych stóp zwrotu, w oparciu o które dokonywano grupowania kryptowalut.



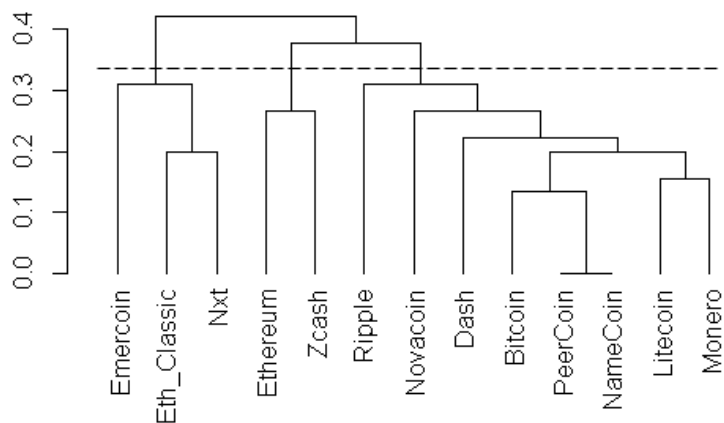
**Rysunek 1. Dendrogram przy wykorzystaniu miary odległości  $d_1$  między obiektami**

Źródło: opracowanie własne.



**Rysunek 2. Dendrogram przy wykorzystaniu miary odległości  $d_2$  między obiektami**

Źródło: opracowanie własne.



**Rysunek 3. Dendrogram przy wykorzystaniu miary odległości  $d_3$  między obiektami**

Źródło: opracowanie własne.

### Problem wyboru reprezentantów grup i ustalenia składu portfela

Chcąc dokonać redukcji liczby elementów (tutaj kryptowalut) wchodzących w skład portfela można wybrać po jednym elemencie z każdej podgrupy uzyskanej w wyniku grupowania początkowego zbioru obiektów. Nie istnieje jednak jedna „uniwersalna” metoda wyboru reprezentantów grup. Reprezentantów poszczególnych grup można wybrać w sposób arbitralny lub wykorzystując formalne metody, jak np. metoda środka ciężkości. Na przykładzie podziału kryptowalut zamieszczonego na rys. nr 2 zaprezentowano rezultat wyboru reprezentantów grup z wykorzystaniem wybranych metod.

**Portfel 1** – reprezentantów poszczególnych grup wybrano stosując metodę środka ciężkości, zgodnie z którą jako reprezentant danej grupy zostaje wybrany obiekt, dla którego suma odległości od pozostałych elementów w grupie jest najmniejsza<sup>14</sup>. W przypadku grupy jednoelementowej element ten jest jednocześnie reprezentantem grupy. W przypadku grupy dwuelementowej jako reprezentanta grupy przyjmuje się ten obiekt, dla którego suma odległości od reprezentantów pozostałych grup jest największa. Ta metoda wyboru reprezentantów została wykorzystana w pracy Bjerring i in. (2016) przy wyborze spółek do portfela. Zgodnie z tą metodą w skład portfela 1 weszły kryptowaluty: Ethereum, Litecoin, NameCoin i Emercoin.

**Portfel 2** – jako reprezentantów grup wybrano te kryptowaluty, dla których ryzyko wyznaczone na podstawie kwantyla rozkładu stopy zwrotu było najmniejsze. Miarą ryzyka należącą do tej grupy jest poziom bezpieczeństwa (będący kwantylem rzędu  $\alpha$  rozkładu stopy zwrotu) wyrażony za pomocą wzoru<sup>15</sup>:  $P(R \leq r_b) = \alpha$ , gdzie:  $R$  – stopa zwrotu,  $r_b$  – poziom bezpieczeństwa,  $P$  – prawdopodobieństwo,  $\alpha$  - liczba bliska 0 (tutaj przyjęto  $\alpha = 0,05$ ). Im wyższy jest poziom bezpieczeństwa tym ryzyko inwestycji jest mniejsze. W skład portfela 2 weszły kryptowaluty: Bitcoin, Ethereum, Novacoin i Emercoin.

**Portfel 3** – jako reprezentantów grup wybrano te kryptowaluty, dla których stopa zwrotu w okresie 25.05.2017 – 08.07.2017 była największa (w ramach kryptowalut z danej grupy). W skład portfela 3 weszły kryptowaluty: Ethereum, Litecoin, Novacoin, Nxt.

**Portfel 4** – reprezentantów grup wybrano w sposób arbitralny. W skład portfela weszły kryptowaluty: Bitcoin, Ethereum, Ripple i Emercoin.

### Optymalizacja składu portfeli z wykorzystaniem strategii MVP

Optymalny skład portfela (pod względem udziału kryptowalut) wyznaczany będzie z wykorzystaniem strategii MVP. Strategia ta bazuje na nowoczesnej teorii portfelowej, której twórcą jest H. Markowitz<sup>16</sup>. Wyznaczenie składu portfela sprowadza się w tym przypadku do minimalizacji jego ryzyka (utożsamianego z wariancją portfela) przy założeniu, że oczekiwana stopa zwrotu z portfela jest nie mniejsza niż założona przez inwestora wartość.

Oczekiwana stopa zwrotu z portfela wyznaczana jest wg wzoru<sup>17</sup>:

$$E(R_p) = \sum_{i=1}^N w_i E(r_i)$$

gdzie:

$E(R_p)$  – oczekiwana stopa zwrotu z portfela,

$w_i$  – waga  $i$  – tej składowej (tu kryptowaluty) w portfelu,

$E(r_i)$  – oczekiwana stopa zwrotu dla  $i$  – tej kryptowaluty z danego okresu<sup>18</sup>,

$N$  – liczba wszystkich rodzajów kryptowalut w portfelu

<sup>14</sup> T. Panek, J. Zwierzchowski, Statystyczne metody wielowymiarowej analizy porównawczej. Teoria i zastosowania. Oficyna Wydawnicza Szkoła Główna Handlowa, Warszawa 2013, s. 189 – 190.

<sup>15</sup> A. Gluzicka, D. Kopańska – Bródka, Analiza ryzyka wybranych krajów Europy środkowo – wschodniej w okresie światowych zmian koniunkturalnych, [w:] W. Szkutnik (red.), Problemy społeczno – ekonomiczne w uwarunkowaniach ryzyka i statystycznej nieokreśloności. Metody i modele w rozwoju regionów, Wydawnictwo Uniwersytetu Ekonomicznego w Katowicach, Katowice, s. 132.

<sup>16</sup> R. Stepaniuk, Ryzyko inwestycji w teorii portfelowej Harrego Markowitza. Studia Ekonomiczne, Prawne i Administracyjne, 2015, nr 1, s. 141 - 151.

<sup>17</sup> por. M. Pichura, Wybrane portfelowe strategie inwestycyjne i ich efektywność. [w:] A. S. Barczak, D. Iskra (red.), Metody matematyczne, ekonometryczne i komputerowe w finansach i ubezpieczeniach 2010, Wydawnictwo Uniwersytetu Ekonomicznego w Katowicach, Katowice 2012, s. 220 – 240.

<sup>18</sup> Oczekiwane stopy zwrotu dla poszczególnych kryptowalut wyznaczone będą jako średnie arytmetyczne stóp zwrotu z określonego okresu przed dokonaniem inwestycji.

Wariancja portfela określona jest wzorem:

$$\sigma_p^2 = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N w_i w_j \text{cov}(R_i, R_j)$$

gdzie:

$\sigma_p^2$  - wariancja portfela,

$\text{cov}(R_i, R_j)$  – kowariancja stóp zwrotu  $i$  – tej i  $j$  – tej kryptowaluty,

$\text{cov}(R_i, R_j) = E\{[R_i - E(R_i)][R_j - E(R_j)]\}$

Skład portfela będzie wyznaczany poprzez rozwiązanie problemu optymalizacyjnego:

$$\sigma_p^2 \rightarrow \min$$

przy ograniczeniach:  $E(R_p) \geq R^*$ ,  $\sum_{i=1}^N w_i = 1$ ,  $\forall_i w_i \geq 0$

gdzie:

$R^*$  - założona przez inwestora minimalna stopa zwrotu z portfela.

Portfel inwestycyjny, który powstaje w wyniku rozwiązania powyższego problemu ma minimalną wariancję i oczekiwaną stopę zwrotu nie niższą niż założona przez inwestora.

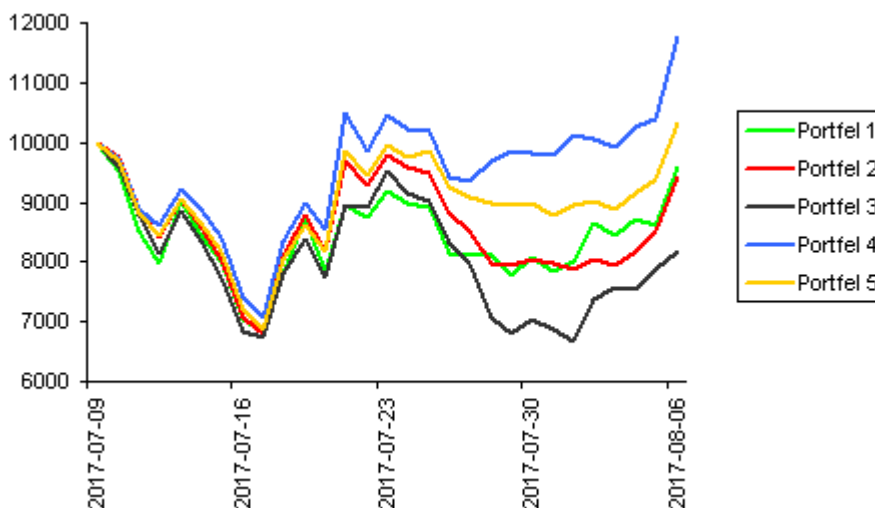
Do wyznaczania wag określających udział kryptowalut w portfelu wykorzystana zostanie funkcja *portfolio.optim* pakietu *tseries* programu R. Funkcja ta umożliwi wyznaczenie składu portfela zgodnie ze strategią MVP. Wartość  $R^*$  została przyjęta, jako oczekiwana stopa zwrotu z portfela o równych wagach. Wagi (udziały kryptowalut w portfelu) optymalizowano na podstawie dziennych stóp zwrotu (wyznaczanych w oparciu o ostatnie notowania) w okresie 25.05.2017 – 08.07.2017, natomiast okres 09.07.2017 – 06.08.2017 posłużył do oceny zysku z inwestycji uzyskanych portfeli. Przyjęto umownie, że w dniu 09.07.2017 zakupiono (po cenie z pierwszego notowania) kryptowalutę wg proporcji wyznaczonych za pomocą strategii MVP (ang. *Mean – Variance Portfolio*). Kryptowalutę sprzedano w dniu 06.08.2017 również po cenie z pierwszego notowania. Stopy zwrotu portfeli 1 – 4 porównano ze stopą zwrotu portfela 5, w którym nie zredukowano początkowego zbioru kryptowalut. W tab. nr 1 przedstawiono udział poszczególnych kryptowalut w portfelach uzyskany za pomocą strategii MVP. W skład portfela 5, po optymalizacji wag zgodnie ze strategią MVP weszło ostatecznie tylko 5 kryptowalut, natomiast w skład portfela 4 – tylko trzy.

kryptowaluta	Portfel 1	Portfel 2	Portfel 3	Portfel 4	Portfel 5
Bitcoin	0,00%	33,86%	0,00%	66,95%	41,53%
Ethereum	55,63%	35,66%	29,45%	27,26%	21,73%
Ripple	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
Dash	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	22,72%
Eth_Classic	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
Litecoin	33,13%	0,00%	25,56%	0,00%	2,11%
Monero	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
PeerCoin	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
NameCoin	0,14%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
Novacoin	0,00%	26,30%	33,31%	0,00%	11,91%
Zcash	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
Nxt	0,00%	0,00%	11,68%	0,00%	0,00%
Emercoin	11,10%	4,18%	0,00%	5,79%	0,00%

**Tabela 1. Skład portfeli uzyskany za pomocą strategii MVP**

Źródło: Źródło: opracowanie własne.

Na rys. nr 4 przedstawiono stan posiadania inwestora w przypadku inwestycji w poszczególne portfele w kolejnych dniach okresu 09.07.2017 – 06.08.2017 przy założeniu, że zainwestowano 10000 USD w kryptowaluty w proporcjach uzyskanych za pomocą strategii MVP. Najwyższa stopa zwrotu wynosząca 17,74% została uzyskana w przypadku portfela 4. Największą stratę wynoszącą -18,18% można było ponieść inwestując w portfel 3, w skład którego weszły kryptowaluty charakteryzujące się wcześniej największymi stopami zwrotu w ramach poszczególnych grup w okresie wcześniejszym (na podstawie którego budowano dendrogramy).

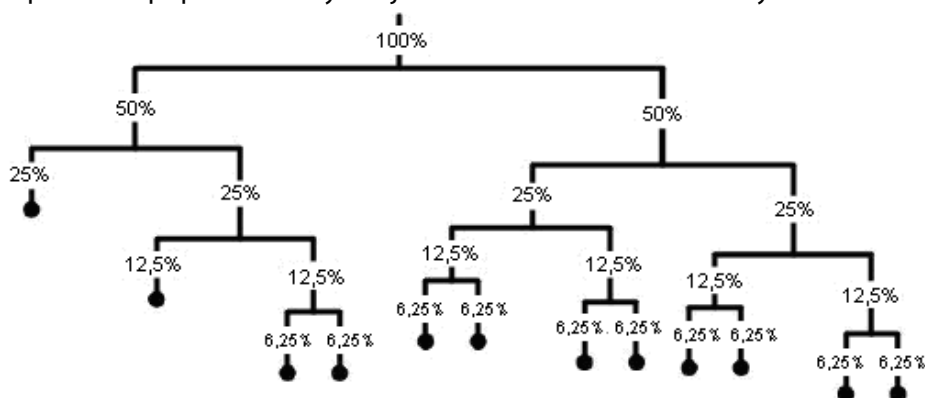


**Rysunek 4. Stan posiadania [USD] – strategia MVP**

Źródło: opracowanie własne.

### Wyznaczanie wag składowych portfela w oparciu o dendrogram

J. Papenbrock (2011) zaproponował sposób ustalania wag składowych portfela na podstawie uzyskanego dendrogramu, w ten sposób, aby wagi na kolejnych poziomach drzewa były dwukrotnie mniejsze niż na poziomie poprzednim. Sytuacja ta została zobrazowana na rys. nr 5.



**Rysunek 5. Procedura wyznaczania składu portfela wg Papenbrocka**

Źródło: opracowanie własne.

Tab. nr 2 przedstawia strukturę portfela uzyskaną zgodnie z metodą J. Papenbrocka dla dendrogramu przedstawionego na rys. nr 2 bez redukcji liczby kryptowalut (tzn. przy założeniu, że wszystkie kryptowaluty wejdą w skład portfela).

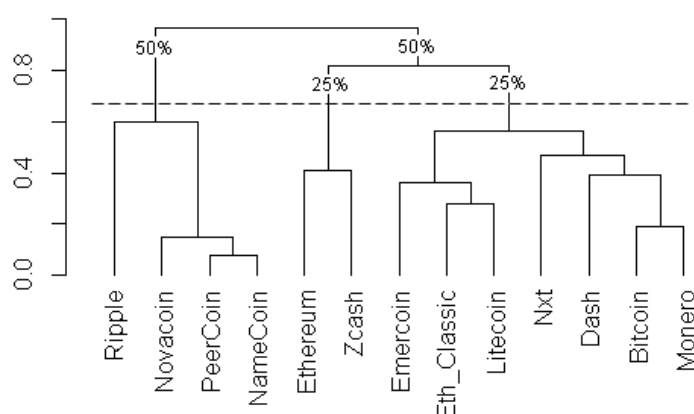
Kryptowaluta	Waga
Bitcoin	6,25%
Ethereum	6,25%
Ripple	12,5%
Dash	12,5%
Eth_Classic	6,25%
Litecoin	3,125%
Monero	3,125%
PeerCoin	3,125%
NameCoin	3,125%
Novacoin	6,25%
Zcash	12,5%
Nxt	12,5%
Emercoin	12,5%

**Tabela 2.** Skład portfela zgodnie z metodą J. Papenbrocka

Źródło: opracowanie własne.

Gdyby w dniu 09.07.2017 kupić (po cenie z pierwszego notowania) kryptowalutę wg proporcji podanych w tab. nr 2 a następnie sprzedać ją w dniu 06.08.2017 również po cenie z pierwszego notowania strata z inwestycji wyniosłaby -9,27%. W rozważanym przypadku optymalizacja wag zgodnie ze strategią MVP na całym zbiorze kryptowalut pozwoliła uzyskać lepszy wynik (patrz rys. nr 4). Zatem metoda ustalania wag portfela zaproponowana przez Papenbrocka nie zawsze prowadzi do uzyskania portfela charakteryzującego się największą stopą zwrotu. Ponadto metoda zaproponowana przez Papenbrocka uwzględnia w składzie portfela wszystkie potencjalne składowe (tu kryptowaluty), pomijając problem redukcji liczby elementów charakteryzujących się silnym dodatnim skorelowaniem stóp zwrotu.

W niniejszym artykule zaproponowano pewną modyfikację metody Papenbrocka, uwzględniając redukcję liczby kryptowalut charakteryzujących się silnym skorelowaniem stóp zwrotu. Mianowicie, po dokonaniu wyboru miejsca podziału dendrogramu i reprezentantów grup, przyjęto jako wagę poszczególnych kryptowalut (reprezentantów grup) wagę przypisaną do poszczególnych gałęzi na przyjętym poziomie podziału dendrogramu. Ta metoda ustalania wag portfela zostanie zaprezentowana na przykładzie. Załóżmy, że wybieramy portfel trójelementowy na podstawie dendrogramu zaprezentowanego na rys. nr 1. Przyjmijmy arbitralnie jako reprezentantów poszczególnych grup kryptowaluty: PeerCoin, Ethereum i Bitcoin. Wówczas udział tych kryptowalut w składzie portfela wyniesie odpowiednio, 50%, 25%, 25% (patrz rys. nr 6).

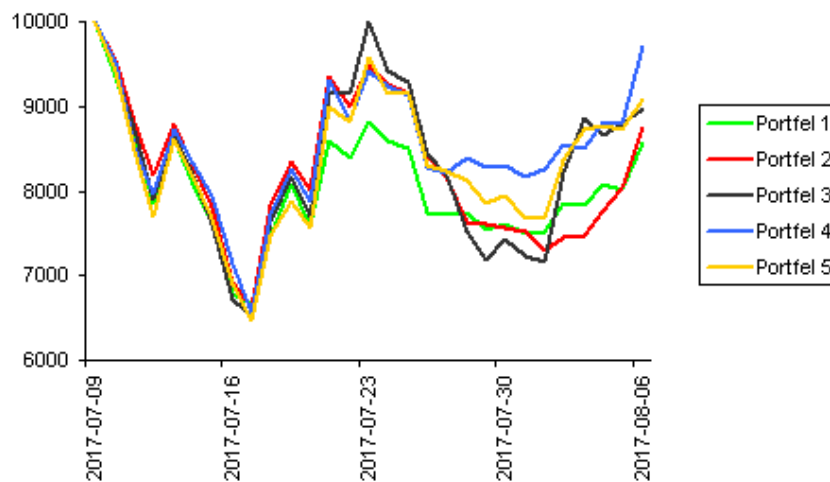


**Rysunek 6.** Przykład wyznaczenia wag portfela na podstawie dendrogramu

Źródło: opracowanie własne.



W przypadku zastosowania proponowanej metody do rozważanego przykładu dendrogramu zaprezentowanego na rys. nr 2 portfele 1 – 4 będą czteroskładnikowymi portfelami o równych wagach. Udział każdej z kryptowalut w tych portfelach wynosi 25%. Stopa zwrotu z uzyskanych w ten sposób portfeli była niższa niż w przypadku optymalizacji wag zgodnie ze strategią MVP. W przypadku każdego z portfeli 1 - 4, w którym wagi ustalono zgodnie z zaproponowaną metodą uzyskano ujemną stopę zwrotu z inwestycji (patrz rys. nr 7). Na rys. nr 7 portfel 5 oznacza portfel, w którym wagi poszczególnych kryptowalut wyznaczono zgodnie z metodą Papenbrocka nie redukując uprzednio liczby kryptowalut (patrz tab. nr 2).



**Rysunek 7. Stan posiadania [USD] – wagi wg dendrogramu**

Źródło: opracowanie własne.

## Wyniki i wnioski

Zastosowanie strategii portfelowych może ograniczyć ryzyko inwestycji w waluty kryptograficzne, ale nie zagwarantuje uzyskania maksymalnej stopy zwrotu. Przykładowo, stopa zwrotu z inwestycji w kryptowalutę bitcoin w okresie 09.07.2017 – 06.08.2017 wyniosła 27,21%. Inwestycja w żaden z rozważanych portfeli nie umożliwiła osiągnięcia co najmniej takiej stopy zwrotu. Wśród analizowanych portfeli największy zysk został uzyskany z inwestycji w portfel, w którym reprezentantów grup uzyskanych w wyniku grupowania wybrano w sposób arbitralny. Strategia wyznaczania wag portfela zaproponowana przez Papenbrocka (2011) ani jej modyfikacja zaproponowana w niniejszym artykule nie pozwoliły uzyskać większej stopy zwrotu niż strategia MVP. Głównym celem artykułu była prezentacja metody, dlatego analizy ograniczono do jednego, wybranego arbitralnie przedziału czasowego. Należy mieć jednak na uwadze, że w przypadku oceny strategii portfelowych ważna jest też ocena stabilności wyników w czasie, tzn. uzyskiwanie powtarzalnych rezultatów w długich okresach (niezależnie od sytuacji na rynku walut kryptograficznych). W prezentowanych w artykule przykładach miejsce podziału dendrogramu przyjęto arbitralnie. Istnieją również różne formalne metody wyznaczania miejsca, w którym należy dokonać podziału drzewa (np. reguła Mojeny). Metody te opisuje m. in. A. Stanis (2007). Różne metody mogą prowadzić do różnego podziału obiektów na grupy. Nie istnieje jedna, „uniwersalna” metoda podziału dendrogramu, która prowadziłaby w przypadku każdego zbioru danych do uzyskania najlepszego podziału (w sensie przyjętych kryteriów, np. najwyższej stopy zwrotu). Wpływ na rezultat grupowania hierarchicznego ma również sposób zdefiniowania odległości między obiektami oraz metoda wiązania skupień. Istnieją ponadto różne strategie portfelowe, które dla takiego samego zestawu walut kryptograficznych mogą prowadzić do uzyskania różnych wartości wag poszczególnych składowych portfela. Jednakże nie opracowano jak

dotąd „uniwersalnej” metoda optymalizacji składu portfela, która pozwalałaby na uzyskanie wyższej stopy zwrotu w każdym przypadku w porównaniu z innymi metodami.

## Application of hierarchical clustering in portfolio strategies

**Abstract:** The article discusses the issue of the use of hierarchical clustering methods in the process of building investment portfolios. Hierarchical clustering will be used to reduce the number of objects (here cryptocurrencies) characterized by a strong positive correlation of the return rates. The attention will be paid to the influence of the way of defining the distance (disagreement) between objects for the obtained dendrograms. There will be also analyzed the influence of the method of selecting representatives of groups and determining the weighting of the portfolio's components. There will be proposed a modification of the Papenbrock weighting method, allowing for the reduction of the number of elements forming the portfolio. However, neither the Papenbrock method nor its proposed modification will make it possible to achieve a higher rate of return than the classic MVP strategy.

**Keywords:** cryptocurrencies, risk, portfolio strategy, hierarchical clustering