

**dr Joanna Perzyńska adiunkt w Katedrze Zastosowań Matematyki w Ekonomii**

---

Wydział Ekonomiczny  
Zachodniopomorski Uniwersytet Technologiczny w Szczecinie

---

## **Zastosowanie sztucznych sieci neuronowych do prognozowania szeregów czasowych**

### **Streszczenie:**

W artykule przedstawiono sposób wykorzystania sztucznych sieci neuronowych do prognozowania zmiennej w postaci szeregu czasowego. Ilustracją rozważań o charakterze teoretycznym jest przykład empiryczny, w którym modelowaniu i prognozowaniu poddano zmienną mikroekonomiczną charakteryzującą się występowaniem trendu i wahań sezonowych. Jej prognozy wyznaczono na podstawie klasycznych modeli szeregu czasowego, sztucznych sieci neuronowych oraz modeli będących ich złożeniem. Jakość wyznaczonych prognoz oceniono na podstawie ich średnich błędów *ex post*. Przeprowadzone badania potwierdziły użyteczność sztucznych sieci neuronowych w prognozowaniu szeregów czasowych.

**Słowa kluczowe:** dekompozycja szeregu czasowego, prognozy ekonometryczne, szeregi czasowe, sztuczne sieci neuronowe

---

### **Wprowadzenie**

Szeregi czasowe przedstawiające kształtowanie się zmiennych ekonomicznych są zazwyczaj rezultatem złożenia wielu składowych różniących się charakterem. W klasycznym podejściu do ekonometrycznego modelowania i prognozowania wartości szeregu czasowego przeprowadza się jego dekompozycję na poszczególne składowe obejmujące zazwyczaj tendencję rozwojową i wahania sezonowe. Zastosowanie w tym procesie metod matematyczno-statystycznych pozwala na budowę formalnych modeli opisujących zaobserwowane prawidłowości, dzięki czemu sporządzone na ich podstawie prognozy oparte są na względnie obiektywnych przesłankach<sup>1</sup>.

W prognozowaniu szeregów czasowych można również wykorzystać sztuczne sieci neuronowe, które nabywają zdolność przewidywania w wyniku procesu uczenia. Sieci neuronowe dają możliwość budowy modeli odwzorowujących złożone zależności pomiędzy danymi wejściowymi i wyjściowymi dla zjawisk, których struktura, prawa działania czy zależności przyczynowe nie zostały poznane w stopniu wystarczającym na zbudowanie efektywnych modeli matematycznych<sup>2</sup>. Sieci są zdolne do odkrywania w zbiorze danych związków niewykrywalnych nawet przez tradycyjne metody statystyczne<sup>3</sup>.

---

<sup>1</sup>A. Zeliaś, B. Pawełek, S. Wanat, Prognozowanie ekonomiczne. Teoria, przykłady, zadania, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa 2003, s. 70

<sup>2</sup>P. Lula, R. Tadeusiewicz, Wprowadzenie do sieci neuronowych, StatSoft, Kraków 2001, s. 9

<sup>3</sup>T. Masters, Sieci neuronowe w praktyce, Wydawnictwa Naukowo-Techniczne, Warszawa 1996, s. 7

Jeżeli złożona struktura szeregu utrudnia modelowanie i prognozowanie jego przyszłych wartości na podstawie pojedynczej sztucznej sieci neuronowej, Lula zaleca wyodrębnienie poszczególnych składowych szeregu i konstrukcję niezależnych modeli neuronowych dla każdej z nich<sup>4</sup>.

Celem przeprowadzonych badań była budowa prognoz zmiennej ekonomicznej w postaci szeregu czasowego na podstawie klasycznych modeli trendu uwzględniających wahania sezonowe oraz przy wykorzystaniu sztucznych sieci neuronowych, a następnie porównanie ich trafności na podstawie średnich błędów *ex post*. Prognozy wyznaczono również w oparciu o modele będące złożeniem modeli klasycznych i neuronowych – za pomocą modeli klasycznych dokonano dekompozycji szeregu czasowego na składowe, skonstruowano dla nich niezależne sieci neuronowe, wyznaczono prognozy i zagregowano uzyskane wyniki. W toku badań empirycznych zweryfikowano hipotezę badawczą zakładającą, że prognozy uzyskane za pomocą sztucznych sieci neuronowych (pojedynczych oraz modeli będących złożeniem z modelami klasycznymi) będą charakteryzowały się większą trafnością niż prognozy ekonometryczne wyznaczone na podstawie modeli trendu z wahaniami sezonowymi.

### **Klasyczne modele szeregów czasowych**

Szeregi czasowe powstają jako rezultat obserwacji rozwoju zjawisk w czasie<sup>5</sup>. W szeregu czasowym wyróżnia się dwa rodzaje składowych<sup>6</sup>:

- składową systematyczną, będącą efektem oddziaływań stałego zestawu czynników na badane zjawisko,
- składową przypadkową (nazywaną również wahaniami przypadkowymi lub składnikiem losowym), będącą efektem oddziaływań przyczyn ubocznych o charakterze losowym.

Składowa systematyczna może występować w postaci:

- trendu (tendencji rozwojowej),
- przeciętnego poziomu,
- wahań okresowych (cyklicznych lub sezonowych).

W myśl definicji opisowej trend jest gładką linią wyznaczającą rozwój zjawiska w czasie<sup>7</sup>. Trend reprezentuje trwałe, istotne, jednokierunkowe zmiany (wzrost lub spadek) poziomu badanego zjawiska w czasie. Przeciętny poziom oznacza brak występowania trendu i oscylowanie wielkości badanego zjawiska wokół pewnego stałego poziomu. Wśród wahań okresowych wyróżnia się wahania cykliczne oraz wahania sezonowe. Wahania cykliczne obserwowane są w długich przedziałach czasu jako rytmiczne falowanie wielkości badanego zjawiska wokół trendu lub przeciętnego poziomu. W przypadku ekonomicznych szeregów czasowych wahania cykliczne są związane z cyklem koniunkturalnym gospodarki. Wahania sezonowe w swej istocie podobne są do wahań cyklicznych, lecz występują w krótszych okresach, są regularne i przewidywalne zarówno ze względu na czas trwania fazy, jak i amplitudę. Wahania te powstają na skutek zmian pór roku, mogą też być wynikiem przyjętego podziału czasu oraz związanych z nim zwyczajów.

Proces wyodrębniania poszczególnych składowych szeregu czasowego nosi nazwę dekompozycji szeregu czasowego. W praktyce dekompozycję najczęściej przeprowadza się budując modele szeregu

<sup>4</sup> P. Lula, *Hybrydowe metody identyfikacji wzorców oraz modelowania i prognozowania szeregów czasowych*, Prace Naukowe Akademii Ekonomicznej we Wrocławiu, Taksonomia nr 906, Klasyfikacja i analiza danych - teoria i zastosowania, Wrocław 2001, s. 68-76

<sup>5</sup> A. Zeliaś, *Metody statystyczne*, Polskie Wydawnictwo Ekonomiczne, Warszawa 2000, s. 112

<sup>6</sup> P. Dittmann, I. Dittmann, E. Szabela-Pasierbińska, A. Szpulak, *Prognozowanie w zarządzaniu przedsiębiorstwem*, Oficyna Wolters Kluwer business, Kraków 2009, s. 79

<sup>7</sup> J. Zawadzki, *Modelowanie predyktywne i prognozowanie zjawisk w skali mikroekonomicznej*, Uniwersytet Szczeciński, Rozprawy i Studia, 228, Szczecin 1996, s.78

czasowego. W zależności od przyjętych założeń o wzajemnych relacjach poszczególnych składowych oraz ich wpływu na zmienną opisującą badane zjawisko konstruowany model może przyjmować różne formy – najczęściej przyjmuje się addytywną postać modelu szeregu czasowego:

$$Y_t = P_t + S_t + U_t \quad (1)$$

lub multiplikatywną<sup>8</sup>:

$$Y_t = P_t \cdot R_t \cdot U_t \quad (2)$$

gdzie:

$P_t$  – trend,

$S_t$  – składnik sezonowy,

$R_t$  – wskaźnik sezonowości,

$U_t$  – składnik losowy.

Pierwszą składową w obu modelach najczęściej opisuje za pomocą funkcji wielomianowej lub wykładniczej zmiennej czasowej  $t$ . Składniki i wskaźniki sezonowości można opisać za pomocą zmiennych zero-jedynkowych lub za pomocą wielomianu trygonometrycznego. Do wyznaczania analitycznej postaci modelu szeregu czasowego można wykorzystać metodę empiryczną – na podstawie próby szacuje się parametry kilku różnych modeli, a następnie wybiera ten z nich, który charakteryzuje się najwyższym stopniem dopasowania do danych empirycznych. Gdy więcej niż jedna funkcja dobrze opisuje kształtowanie się modelowanej zmiennej, wówczas przyjmuje się postać najprostszą.

Konstrukcja prognozy na podstawie modelu trendu ze składnikiem sezonowym polega na ekstrapolacji oszacowanej funkcji trendu (która jest możliwa pod warunkiem spełnienia zasady dynamicznego *status quo*), a następnie na jej korekcie uwzględniającej oddziaływanie wahań sezonowych.

Przy ocenie jakości (trafności) prognoz można wziąć pod uwagę ich błędy *ex post*, czyli zrealizowane błędy prognoz o postaci:

$$e_t = y_t - \hat{f}_t \quad (3)$$

gdzie:

$y_t$  – realizacja prognozowanej zmiennej  $Y$  w okresie  $t$ ,

$\hat{f}_t$  – wartość prognozy zmiennej  $Y$  na okres  $t$ .

Na podstawie błędów prognoz *ex post* oszacowanych dla kolejnych okresów wyznacza się mierniki syntetyczne, charakteryzujące przedział empirycznej weryfikacji prognoz ( $t=n+1, n+2, \dots, n+m$ ) za pomocą jednej liczby, mogą być to np. średnie absolutne błędy procentowe (*mean absolute percentage error*):

$$MAPE = \frac{1}{m} \sum_{t=n+1}^{n+m} \left| \frac{e_t}{y_t} \right| \cdot 100\% \quad (4)$$

<sup>8</sup> J. Zawadzki, Ekonometryczne metody prognozowania procesów gospodarczych, Wydawnictwo Akademii Rolniczej w Szczecinie, Szczecin 1995, s. 58

## Sztuczne sieci neuronowe

Sztuczne sieci neuronowe konstruowane w postaci programów komputerowych odwzorowują podstawowe procesy zachodzące w ludzkim mózgu. Zbudowane są z wielu sztucznych neuronów ułożonych w kolejnych warstwach: warstwie wejściowej, warstwach ukrytych i warstwie wyjściowej. Warstwy są ze sobą połączone w taki sposób, aby sygnały przepływały od wejść do wyjść, a każde połączenie ma określoną wagę będącą odpowiednikiem parametru modelu ekonometrycznego. W sztucznych neuronach odbywa się agregacja wprowadzonych danych (z zewnątrz lub z poprzedniej warstwy) oraz ich przekształcenie przez funkcję aktywacji<sup>9</sup>. Wagi sieci modyfikowane są podczas procesu uczenia, na podstawie próbek uczących sieć sama wykrywa istniejące współzależności i konstruuje w swej pamięci opisujący je model, który w dalszych badaniach wykorzystywany jest już automatycznie.

Przyjmując sposób połączeń neuronów jako kryterium podziału, można wyróżnić sieci: jednokierunkowe, rekurencyjne, komórkowe i radialne. W modelowaniu i prognozowaniu najczęściej wykorzystuje się sieci jednokierunkowe tzw. perceptrony wielowarstwowe. Mają one strukturę jednokierunkową, co oznacza, że sygnał w nich przepływa tylko w jednym kierunku – od warstwy wejściowej przez wszystkie kolejne warstwy ukryte, aż do warstwy wyjściowej. Zasadnicze przetwarzanie w sieci jednokierunkowej odbywa się w warstwach ukrytych i w warstwie wyjściowej, warstwa wejściowa służy jedynie do wprowadzania danych wejściowych do sieci oraz ich ewentualnej normalizacji. Perceptrony są uniwersalnymi aproksymatorami, za ich pomocą można modelować funkcje o niemal dowolnej złożoności, na co pozwala wprowadzenie do sieci już tylko jednej warstwy ukrytej z nieliniową funkcją aktywacji<sup>10</sup>.

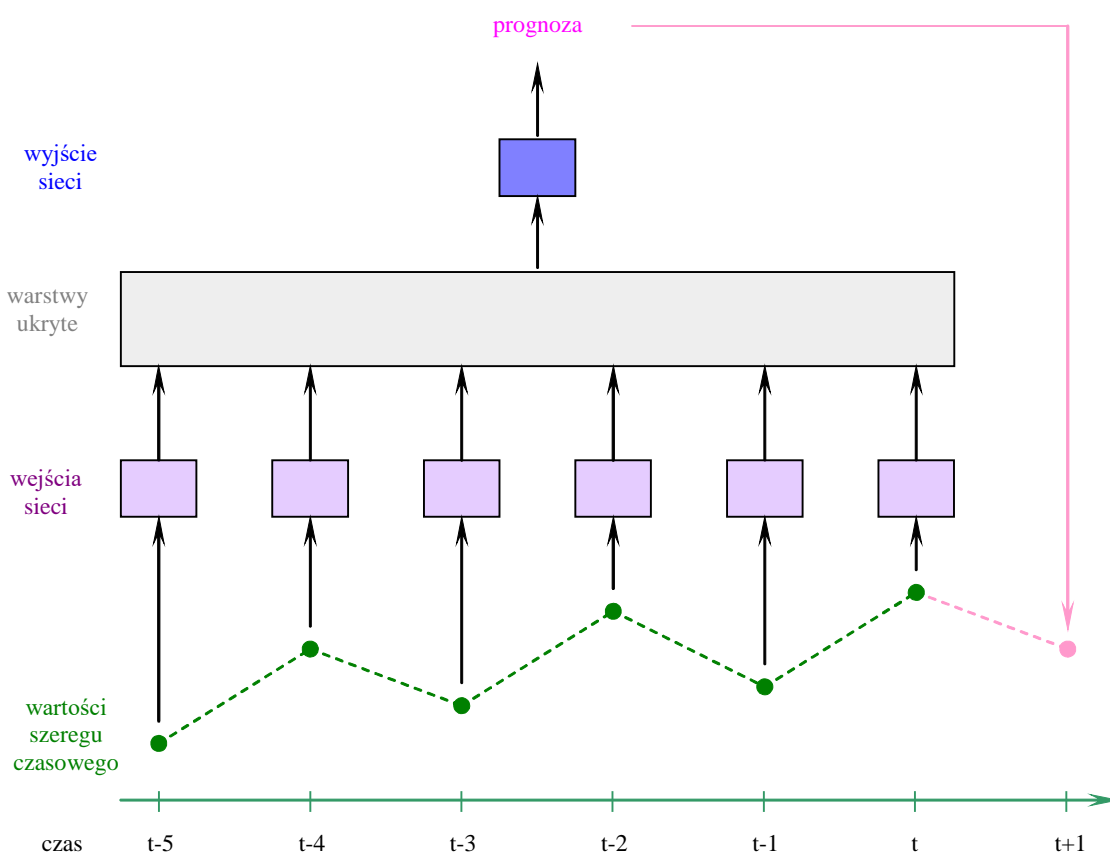
Modyfikacja wag sieci jednokierunkowych przebiega w procesie uczenia z nauczycielem, który polega na prezentacji sieci wzorcowych wartości wejściowych i wyjściowych. Sieć modyfikuje wagi w taki sposób, aby wyznaczona przez nią wartość wyjściowa była jak najbliższa wzorcowej wartości wyjściowej i zapisuje w swej pamięci oszacowany model. Ocena skonstruowanego modelu neuronowego realizowana jest za pomocą uniwersalnych mierników jakości obliczonych na podstawie odchyleń wartości wyznaczonych przez sieć od wzorcowych wartości rzeczywistych, zazwyczaj jako błędy średniokwadratowe lub średnie błędy absolutne.

Neuronowa analiza i predykcja zmiennych w postaci szeregów czasowych wymaga stosowania metod, które uwzględniają zmiany zachodzące w czasie i mogą opisać związane z tym prawidłowości. Wyznaczając prognozy przyszłych wartości zmiennej mającej postać szeregu czasowego korzysta się przede wszystkim z jej przeszłych wartości. Przykład prostego odwzorowania szeregu czasowego na sztuczną sieć neuronową wyznaczającą prognozę przedstawiono na rys. 1.

---

<sup>9</sup> D. Witkowska, Sztuczne sieci neuronowe i metody statystyczne. Wybrane zagadnienia finansowe, C.H. Beck, Warszawa 2002, s. 3

<sup>10</sup> K. Hornik, M. Stinchcombe, H. White, Multilayer feedforward networks are universal approximators, *Neural Networks*, 2, 1989, s. 359-366



**Rysunek 1. Przykładowe odwzorowanie szeregu czasowego na sieć neuronową wyznaczającą prognozę**

Źródło: opracowanie własne na podstawie: T. Masters, Sieci neuronowe w praktyce, Wydawnictwa Naukowo-Techniczne, Warszawa 1996, s. 56

Do nauczania przedstawionej na rys. 1 sieci stosuje się próbki uczące będące podzbiorem szeregu czasowego złożonymi z siedmiu kolejnych punktów z przeszłości – sześć pierwszych punktów stanowi wzorcowe wartości wejściowe, ostatni punkt jest wzorcową wartością wyjściową pozwalającą realizować proces uczenia z nauczycielem. Ponieważ szereg czasowy jest zbiorem uporządkowanych w czasie wartości, zatem i próbki uczące prezentowane są sieci w kolejności uporządkowanej, zaś ich długość dobiera się na ogół empirycznie. Sztuczna sieć neuronowa ustala zależności istniejące pomiędzy wzorcowymi, znanymi danymi wejściowymi i wyjściowymi z próbek uczących wprowadzanych do sieci przez nauczyciela. Uczy się naśladować nauczyciela w taki sposób, aby uzyskać zgodność swojej odpowiedzi na podany jej sygnał wejściowy z wzorcową wartością wyjściową.

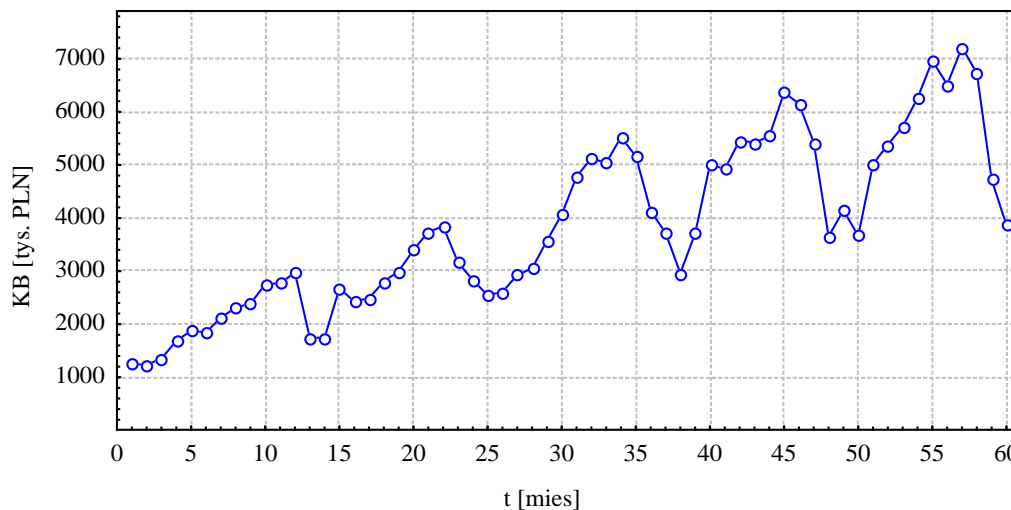
Nauczona i zweryfikowana sieć z rys.1 wyznacza prognozę o jeden punkt naprzód (na okres  $t+1$ -szy) na podstawie sześciu kolejnych punktów szeregu czasowego począwszy od wartości w okresie  $t-5$ -tym. Chcąc wyznaczyć prognozę na kolejny okres ( $t+2$ -gi), należy ponownie uruchomić sieć dla zmienionego zestawu wartości wejściowych: pięciu kolejnych punktów szeregu czasowego począwszy od wartości w okresie  $t-4$ -tym uzupełnionych o wartość prognozy na okres  $t+1$ -szy. W ten sposób, wprowadzając oszacowane wartości na wejście sieci, można krok po kroku realizować proces wieloetapowego prognozowania szeregu czasowego.

Szereg czasowy jest zazwyczaj rezultatem złożenia wielu różniących się charakterem składowych. Gdy złożona struktura szeregu utrudnia prognozowanie jego przyszłych wartości na podstawie

pojedynczego modelu neuronowego, można dokonać jego dekompozycji, skonstruować niezależne modele neuronowe dla każdej z wyznaczonych składowych i na koniec zagregować uzyskane wyniki<sup>11</sup>.

### Materiał badawczy

W przeprowadzonych badaniach empirycznych wykorzystano całkowite koszty (w tys. PLN) produkcji betonu komórkowego (KB) w przedsiębiorstwie A. Szereg czasowy wartości zmiennej KB obejmował 60 miesięcy, jego kształtowanie się przedstawiono na rys.2.



**Rysunek 2. Kształtowanie się całkowitych kosztów produkcji betonu komórkowego w przedsiębiorstwie A**

Źródło: opracowanie własne.

Zmienna KB charakteryzuje się występowaniem trendu oraz wahań sezonowych, w tab.1 zestawiono oceny jej wskaźników sezonowości.

Miesiąc	Wskaźnik sezonowości (w %)
I	73,98
II	73,55
III	77,03
IV	79,48
V	91,67
VI	102,32
VII	113,11
VIII	120,20
IX	119,07
X	128,97
XI	118,84
XII	101,77

**Tabela 1. Oceny wskaźników sezonowości zmiennej KB (w %)**

Źródło: obliczenia własne.

<sup>11</sup> P. Lula, Hybrydowe metody identyfikacji wzorców oraz modelowania i prognozowania szeregów czasowych, Prace Naukowe Akademii Ekonomicznej we Wrocławiu, Taksonomia nr 906, Klasyfikacja i analiza danych - teoria i zastosowania, Wrocław 2001, s. 68-76

Z informacji zawartych w tab.1 wynika, że zmienna KB charakteryzuje się występowaniem wahań sezonowych o silnym natężeniu – różnica pomiędzy maksymalną i minimalną wartością ocen wskaźników sezonowości wynosi 55,42 punktu procentowego. Koszty produkcji betonu komórkowego swoje ekstrema sezonowe osiągają w październiku (maksimum) i w lutym (minimum).

W przeprowadzonych badaniach empirycznych szereg czasowy wartości zmiennej KB podzielono na dwie części – pierwsza, obejmująca jego 48 początkowych wartości ( $t = 1, 2, \dots, 48$ ), posłużyła do estymacji modeli klasycznych oraz neuronowych, natomiast druga część szeregu ( $t = 49, 50, \dots, 60$ ) wykorzystana została do empirycznej weryfikacji prognoz.

### Wyniki badań

W pierwszym etapie badań, na podstawie skróconego szeregu czasowego obejmującego jego 48 początkowych wartości, oszacowano klasyczne modele szeregu czasowego (MK) z liniowym trendem ( $t$ ) oraz sezonowym ( $p$ ) lub zmiennym ( $z$ ) składnikiem sezonowym<sup>12</sup>:

$$y_t = \beta_0 + \beta_1 t + \sum_{k=1}^{12} b_{0k} Q_k + \sum_{k=1}^{12} b_{1k} t Q_k + u_t \quad (5)$$

przy warunkach pobocznych:

$$\sum_{k=1}^{12} b_{0k} = \sum_{k=1}^{12} b_{1k} = 0 \quad (6)$$

gdzie:

$Q_k$  – zmienna zero-jedynkowa przyjmująca wartość 1 w sezonie  $k$  i 0 w pozostałych sezonach.

Oceny parametrów strukturalnych oraz struktury stochastycznej oszacowanych modeli przedstawiono w tab. 2. Pogrubioną czcionką wyróżniono parametry istotne statystycznie.

Analizując informacje zawarte w tab. 2 można zauważyć, że oszacowane klasyczne modele szeregu czasowego charakteryzują się wysokim dopasowaniem do danych empirycznych – nieznacznie wyższą wartość współczynnika determinacji wynoszącą 89,02% otrzymano dla modelu z sezonowym składnikiem sezonowym. Dla tego modelu otrzymano również mniejszą wartość współczynnika zmienności losowej reszt (13,44%). Wartości statystyk Durbina-Watsona świadczą o występowaniu w obu modelach autokorelacji rzędu pierwszego, co jest częstym zjawiskiem w modelach szeregów czasowych. Oceny wyrazów wolnych oraz współczynników kierunkowych funkcji trendu są istotne statystycznie, jednak model ze stałą sezonowością zawiera też istotne składniki sezonowe, dlatego to właśnie ten model wybrano do dalszych badań (prognozowania), dokonując również jego dekompozycji na składową opisaną przez równanie trendu liniowego i drugą (przedstawiającą wahania sezonowe) będącą różnicą pomiędzy teoretycznymi wartościami modelu MK $t_p$  a modelem trendu.

<sup>12</sup> J. Zawadzki, Ekonometryczne metody prognozowania procesów gospodarczych, Wydawnictwo Akademii Rolniczej w Szczecinie, Szczecin 1995, s. 64

Parametr	MKtp	MKtz
$\beta_0$	<b>1467,18</b>	<b>1382,24</b>
$\beta_1$	<b>80,57</b>	<b>83,28</b>
$b_{01}$	<b>-685,01</b>	-239,37
$b_{02}$	<b>-944,83</b>	-325,33
$b_{03}$	<b>-495,15</b>	-48,74
$b_{04}$	-197,97	92,42
$b_{05}$	-107,54	60,09
$b_{06}$	141,39	-148,41
$b_{07}$	346,82	-188,95
$b_{08}$	<b>529,25</b>	-118,58
$b_{09}$	<b>738,43</b>	19,34
$b_{010}$	<b>842,61</b>	110,42
$b_{011}$	<b>322,04</b>	-29,32
$b_{11}$	–	-25,99
$b_{12}$	–	-17,78
$b_{13}$	–	-26,28
$b_{14}$	–	-12,61
$b_{15}$	–	9,47
$b_{16}$	–	27,51
$b_{17}$	–	33,97
$b_{18}$	–	27,14
$b_{19}$	–	-29,32
$b_{110}$	–	32,39
$b_{111}$	–	16,31
$R^2$	89,02	88,06
Se	462,41	482,37
Ve	13,44	14,02
DW	1,01	1,24

**Tabela 2. Oceny parametrów strukturalnych oraz struktury stochastycznej klasycznych modeli szeregu czasowego**

Źródło: obliczenia własne.

W drugim etapie badań wykorzystano sztuczne sieci neuronowe – perceptrony wielowarstwowe. Zbudowano oddzielne modele neuronowe dla zmiennej KB (ANN1) oraz dla obu składowych wyznaczonych na podstawie modelu MKtp – trendu (ANN2) i wahań (ANN3). Skonstruowano sieci różniące się liczbą neuronów ukrytych oraz wartościami wejściowymi. Sieci te były uczone z nauczycielem, na podstawie prezentowanych im próbek uczących będących podzbiorami szeregu czasowego same modyfikowały początkowe losowe wartości wag. Spośród wielu skonstruowanych i nauczonych modeli neuronowych wybrano kilka najlepszych – o najniższym błędzie będącym średnim odchyleniem wartości wyjściowych od wartości wzorcowych z próbek uczących – ich charakterystyki przedstawiono w tab.3.



Model	Zmienna wejściowa	Liczba neuronów ukrytych	Błąd sieci
ANN1-1	KB	–	571,94
ANN1-2	KB	1	304,82
ANN1-3	KB	3	283,86
ANN2-1	trend	4	115,73
ANN2-2	trend	8	129,65
ANN3	wahania	13	196,69

**Tabela 3. Charakterystyki wybranych modeli sztucznych sieci neuronowych**

Źródło: obliczenia własne.

Na podstawie skonstruowanych modeli wyznaczono prognozy wygasłe dla horyzontu dwunastomiesięcznego ( $t = 49, 50, \dots, 60$ ) i poddano analizie ich trafność. W przypadku modeli, w których wcześniej dokonano dekompozycji, wykonano działania odwrotne, zagregowano otrzymane wyniki i dopiero wtedy wyznaczono średnie błędy prognoz. Otrzymano ostatecznie 6 prognoz wyznaczonych na podstawie następujących modeli: MKtp, ANN1-1, ANN1-2, ANN1-3, zagregowany model ANN2-1 i ANN3, zagregowany model ANN2-2 i ANN3. W tab.4 zestawiono ich średnie absolutne błędy procentowe MAPE.

Prognoza	MAPE (w %)
$f_1$	13,04
$f_2$	11,06
$f_3$	10,47
$f_4$	10,94
$f_5$	8,60
$f_6$	9,07

**Tabela 4. Oceny błędów prognoz**

Źródło: obliczenia własne.

Z informacji zawartych w tab.4 wynika, że prognozy wyznaczone na podstawie klasycznego modelu szeregu czasowego z liniowym trendem i periodycznym składnikiem sezonowym (MKtp) obciążone są największym błędem (MAPE=13,04%). Prognozy otrzymane na podstawie sztucznych sieci neuronowych charakteryzują się niższymi wartościami średnich absolutnych błędów procentowych – od 10,47% do 11,06% dla modeli, w których zmienną wejściową była nieprzekształcona zmienna KB oraz poniżej 10% dla zagregowanych modeli neuronowych, które powstały przez dekompozycję zmiennej KB na składowe (najmniejszy błąd średni był o ponad 4 punkty procentowe niższy od błędu prognozy wyznaczonej na podstawie modelu szeregu czasowego).

## Wnioski

Istotnym etapem poprzedzającym właściwe prognozowanie jest budowa modelu, który powinien możliwie dokładnie aproksymować kształtowanie się danej zmiennej. W przeprowadzonych badaniach empirycznych zarówno klasyczny model szeregu czasowego jak i modele neuronowe charakteryzowały się bardzo dobrym dopasowaniem do rzeczywistych wartości zmiennej KB.

Zastosowanie sztucznych sieci neuronowych do prognozowania pozwoliło na wyznaczenie prognoz o niższych błędach średnich, co potwierdza użyteczność sztucznych sieci neuronowych w prognozowaniu szeregów czasowych. Najwyższą trafnością charakteryzowały się prognozy

wyznaczone na podstawie modeli będących złożeniem modeli neuronowych z klasycznym modelem szeregu czasowego uwzględniającym trend i wahania sezonowe. W modelach tych najpierw oszacowano model klasyczny, dokonano dekompozycji na składowe, następnie zbudowano oddzielne modele neuronowe, wyznaczono prognozy a uzyskane wyniki zagregowano. Choć koszty (nakład pracy) związane ze stosowaniem tej metody były wysokie, ale otrzymane za ich pomocą prognozy były bardziej dokładne, co ma istotne znaczenie przy podejmowaniu decyzji gospodarczych.

## **Application of Artificial Neural Network to time series forecasting**

**Summary:** In the paper, the author presents the method of using artificial neural networks for forecasting a variable in the time series form. The illustration of theoretical considerations is the empirical example, in which forecasts are calculated for microeconomic variable with trend and seasonal fluctuations. Its forecasts are based on the classic time series models, artificial neural networks and models being their composition. The quality of the forecasts is assessed on the basis of their average ex-post errors. The research confirms the usefulness of artificial neural network in time series forecasting.

**Key words:** artificial neural network, time series decomposition, econometric forecasts, time series

### **Bibliografia:**

- Dittmann P., Dittmann I., Szabela-Pasierbińska E., Szpulak A., Prognozowanie w zarządzaniu przedsiębiorstwem, Oficyna Wolters Kluwer business, Kraków 2009.
- Hornik K., Stinchcombe M., White H., Multilayer feedforward networks are universal approximators, *Neural Networks*, 2, 1989, s. 359-366.
- Lula P., Hybrydowe metody identyfikacji wzorców oraz modelowania i prognozowania szeregów czasowych, *Prace Naukowe Akademii Ekonomicznej we Wrocławiu, Taksonomia nr 906, Klasyfikacja i analiza danych - teoria i zastosowania*, Wrocław 2001, s. 68-76.
- Lula P., Tadeusiewicz R., Wprowadzenie do sieci neuronowych, StatSoft, Kraków 2001
- Masters T., Sieci neuronowe w praktyce, Wydawnictwa Naukowo-Techniczne, Warszawa 1996.
- Witkowska D., Sztuczne sieci neuronowe i metody statystyczne. Wybrane zagadnienia finansowe, C.H. Beck, Warszawa 2002.
- Zawadzki J., Ekonometryczne metody prognozowania procesów gospodarczych, Wydawnictwo Akademii Rolniczej w Szczecinie, Szczecin 1995.
- Zawadzki J., Modelowanie predykcyjne i prognozowanie zjawisk w skali mikroekonomicznej, *Uniwersytet Szczeciński, Rozprawy i Studia*, 228, Szczecin 1996.
- Zeliaś A., Metody statystyczne, Polskie Wydawnictwo Ekonomiczne, Warszawa 2000.
- Zeliaś A., Pawełek B., Wanat S., Prognozowanie ekonomiczne. Teoria, przykłady, zadania, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa 2003.