

dr Kinga Kądziołka

Akademia WSB w Dąbrowie Górniczej

## Poziom dywersyfikacji a dochodowość portfela inwestycyjnego na przykładzie portfeli kryptowalut

### Streszczenie

W pracy dokonano oceny zależności między oczekiwaną i rzeczywistą stopą zwrotu a poziomem dywersyfikacji portfeli inwestycyjnych mierzonym za pomocą kwadratowej entropii Rao. Wybrano arbitralnie 13 kryptowalut mogących wejść w skład portfela a analizy prowadzono dla dwóch arbitralnie wybranych okresów. Tworząc portfele uwzględniono wszystkie możliwe  $k$  – elementowe ( $k = 2, \dots, 13$ ) podzbiory początkowego zbioru kryptowalut. W ten sposób uzyskano 8178 portfeli o równych wagach i tyle samo portfeli Markowitza. W obu analizowanych okresach występowała dodatnia korelacja między poziomem dywersyfikacji a oczekiwaną stopą zwrotu portfeli. Natomiast współczynniki korelacji między oczekiwaną i rzeczywistą stopą zwrotu były ujemne. Portfele znajdujące się na granicy efektywnej ani portfele charakteryzujące się wyższym poziomem dywersyfikacji nie gwarantowały uzyskania wyższej rzeczywistej stopy zwrotu niż inne portfele. Z kolei posiadanie w portfelu instrumentów o silnie dodatnio skorelowanych stopach zwrotu nie było jednoznaczne z tym, że wszystkie one jednocześnie przyniosą zysk lub stratę. W okresie I większość portfeli Markowitza pozwoliła uzyskać wyższą stopę zwrotu niż portfele o równych wagach. W okresie II było odwrotnie. Żadna z rozważanych metod nie umożliwiła w obu okresach częstszego osiągnięcia wyższych stóp zwrotu. Zatem żadna z tych metod nie umożliwia w dowolnym okresie generowania przeciętnie większych zysków.

### Słowa kluczowe

poziom dywersyfikacji, kwadratowa entropia RAO, kryptowaluty, portfele kryptowalut, portfel Markowitza, portfel o równych wagach, ryzyko

### Wprowadzenie

W literaturze brak jest jednej, uniwersalnej definicji pojęcia „dywersyfikacja” w odniesieniu do portfela inwestycyjnego. Według Markowitza pojęcie to dotyczy związku pomiędzy korelacją stóp zwrotu aktywów (w które inwestowane są środki) i ryzykiem portfela<sup>1</sup>. Celem przeprowadzonych analiz była ocena zależności między oczekiwaną i rzeczywistą stopą zwrotu a poziomem dywersyfikacji portfeli inwestycyjnych. W literaturze zaproponowano wiele miar stopnia zdywersyfikowania portfeli inwestycyjnych. Prezentacja wybranych miar dostępna jest m. in. w pracy A. Gluzickiej<sup>2</sup>. Niektóre z tych wskaźników wykorzystują tylko liczbę spółek wchodzących w skład portfela i liczbę wszystkich spółek dostępnych na rynku (w przypadku portfeli akcji) lub tylko wagi poszczególnych składowych portfela. W niniejszych badaniach do pomiaru stopnia dywersyfikacji portfela inwestycyjnego wykorzystana zostanie kwadratowa entropia Rao (ozn. *RQE* – ang. *Rao's Quadratic Entropy*) uwzględniająca prócz wag poszczególnych składowych portfela również ich wzajemne skorelowanie. Ocena wspomnianych zależności dokonana zostanie na przykładzie portfeli, w skład których wejdą kryptowaluty. Pojęcie „kryptowaluta” (lub „waluta kryptograficzna”) tłumaczone jest jako „waluta cyfrowa oparta na kryptografii i działająca w sieci peer-to-peer”<sup>3</sup>. Peer-to-peer to „rozproszona architektura sieci. W tym modelu każdy użytkownik jest równy i łączy się bezpośrednio z innymi komputerami w sieci”<sup>4</sup>. Do analiz wybrano arbi-

<sup>1</sup> A. Gluzicka, *Optymalna dywersyfikacja na polskim rynku inwestycyjnym*, Studia Ekonomiczne Zeszyty Naukowe Uniwersytetu Ekonomicznego w Katowicach nr 297, 2016, s. 22.

<sup>2</sup> A. Gluzicka, *Wybrane miary oceny stopnia dywersyfikacji portfeli inwestycyjnych*, Studia Ekonomiczne Zeszyty Naukowe Uniwersytetu Ekonomicznego w Katowicach nr 340, 2017, s. 40–56.

<sup>3</sup> M. Szymankiewicz, *Bitcoin. Wirtualna waluta Internetu*, Gliwice: Helion, 2014, s. 22.

<sup>4</sup> *Ibid.*, s. 38.

tralnie 13 kryptowalut<sup>5</sup>, z których następnie tworzone portfele inwestycyjne. Rozważano wszystkie podzbiory  $k$  – elementowe,  $k = 2, \dots, 13$  początkowego zbioru kryptowalut, uzyskując w ten sposób 8178 podzbiorów, dla których następnie ustalano wagi poszczególnych kryptowalut. Porównano wyniki w dwóch przypadkach ustalania wag poszczególnych składowych portfeli, mianowicie, portfele o równych wagach oraz klasyczne portfele Markowitza. Analizy przeprowadzono dla dwóch arbitralnie wybranych okresów. W przypadku I wagi poszczególnych portfeli ustalano na podstawie danych dotyczących dziennych stóp zwrotu w okresie 27.02.2020–26.04.2020. Następnie przyjęto, że dokonano 30-dniowej inwestycji w poszczególne portfele, zgodnie z wyznaczonymi wektorami wag. Okres testowy obejmował 27.04.2020–26.05.2020. W przypadku II wagi poszczególnych portfeli ustalano na podstawie danych dotyczących dziennych stóp zwrotu w okresie 11.01.2020–10.03.2020. Następnie przyjęto, że dokonano 30-dniowej inwestycji w poszczególne portfele, zgodnie z wyznaczonymi wektorami wag. Okres testowy obejmował 11.03.2020–09.04.2020. Dodatkowo poddano dyskusji wyniki uzyskane przez portfele znajdujące się na granicy efektywnej, zwracając uwagę, że teoretyczne modele wyboru portfeli (zgodne z teorią racjonalnego wyboru) nie gwarantują wyboru portfeli, które przyniosą największe zyski. Oczekiwane stopy zwrotu są tylko pewnymi prognozami a z każdą tego typu inwestycją związane jest ryzyko. Prezentowane wyniki uzyskano z wykorzystaniem darmowego programu R. Dane dotyczące kursów kryptowalut pochodziły z ogólnodostępnego portalu [www.coingecko.com](http://www.coingecko.com).

### Kwadratowa entropia RAO

Stopień zdywersyfikowania portfela złożonego z  $n$  składników o udziałach  $w_i$ ,  $i = 1, \dots, n$  można zdefiniować następująco<sup>6</sup>:

$$RQE = \sum_{i,j=1}^n (1 - \rho_{ij}) w_i w_j$$

gdzie  $\rho_{ij}$  oznacza współczynnik korelacji stóp zwrotu między  $i$  – tym oraz  $j$  – tym składnikiem portfela.

Im wartość wskaźnika  $RQE$  jest wyższa tym wyższy jest stopień zdywersyfikowania portfela.

Miara  $RQE$  może być stosowana jako kryterium konstrukcji portfeli dobrze zdywersyfikowanych. Maksymalizując ją otrzymuje się portfele o maksymalnej koncentracji informacji<sup>7</sup>. W przypadku portfeli dwuskładowych, przy założeniu, że suma wag portfela wynosi 1, portfelami o maksymalnej wartości  $RQE$  są portfele o równych wagach<sup>8</sup>. Gdy liczba składowych portfela jest większa od dwóch, zależność taka nie musi zachodzić, co zostało zobrazowane na poniższym przykładzie portfela trójskładowego. W skład portfela weszły kryptowaluty Ripple, ZCash, Cardano. Tworząc poszczególne portfele uwzględniono korelacje dziennych stóp zwrotu z okresu 11.01.2020–10.03.2020. W analizowanym okresie macierz korelacji stóp zwrotu między kryptowalutami była następująca:

**Tabela 1. Macierz korelacji stóp zwrotu wybranych kryptowalut**

	Ripple	Zcash	Cardano
Ripple	1,0000000	0,5607524	0,8274277
Zcash	0,5607524	1,0000000	0,6384372
Cardano	0,8274277	0,6384372	1,0000000

Źródło: Opracowanie własne.

<sup>5</sup> Tj. Bitcoin, Litecoin, Ethereum, Ethereum Classic, Dash, NEM, Monero, Ripple, ZCash, Cardano, Chainlink, Stellar, Cezos.

<sup>6</sup> A. Gluzicka, *Wybrane miary oceny stopnia dywersyfikacji portfeli inwestycyjnych*, Studia Ekonomiczne Zeszyty Naukowe Uniwersytetu Ekonomicznego w Katowicach nr 340, 2017, s. 44.

<sup>7</sup> A. Gluzicka, *Zastosowanie portfeli zdywersyfikowanych do oceny zdolności inwestycyjnej województw Polski*, Studia Ekonomiczne Zeszyty Naukowe Uniwersytetu Ekonomicznego w Katowicach nr 353, 2018, s. 24.

<sup>8</sup> Można to łatwo wykazać stosując np. metodę mnożników Lagrange'a.

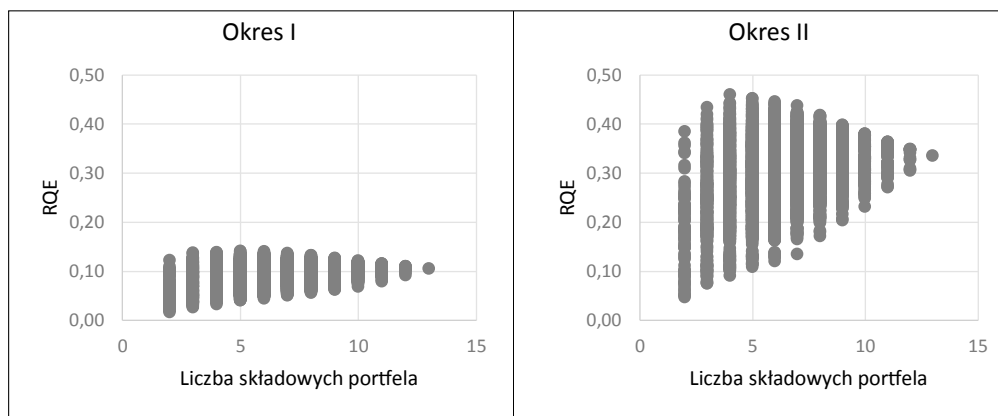
Rozwiązaniem problemu maksymalizacji wskaźnika *RQE*, przy założeniu, że suma wag wynosi 1 był w tym przypadku następujący wektor wag: (0,3761075; 0,4506477; 0,1732448). Oczekiwana dzienna stopa zwrotu takiego portfela wyniosła 0,00301188 a ryzyko wyrażone jako odchylenie standardowe: 0,04651956. Wartość *RQE* portfela wyniosła 0,226. Dla danych z powyższego przykładu, wartość *RQE* portfela o równych wagach składającego się z kryptowalut Ripple, Zcash i Cardano wynosi 0,216 i jest mniejsza niż dla portfela o wagach wynoszących (0,3761075; 0,4506477; 0,1732448).

Wyznaczając z kolei skład portfela poprzez rozwiązanie klasycznego problemu Markowitza minimalizacji wariacji portfela przy oczekiwanej stopie zwrotu nie mniejszej niż pewna ustalona wartość<sup>9</sup> uzyskano następujący wektor wag: (0,1656830; 0,2454726; 0,5888445). Oczekiwana dzienna stopa zwrotu portfela wyniosła 0,004035056 a ryzyko: 0,04529686. Wartość *RQE* portfela wyniosła 0,188. Zatem w analizowanym przypadku portfel uzyskany poprzez rozwiązanie klasycznego problemu Markowitza charakteryzował się wyższą oczekiwaną stopą zwrotu i mniejszym ryzykiem niż portfel charakteryzujący się maksymalną wartością wskaźnika *RQE* i zgodnie z teorią racjonalnego wyboru powinien być bardziej preferowany przez racjonalnego inwestora niż portfel o maksymalnej wartości *RQE*.

### RQE a liczba składowych portfela

Analizowano zależność między wartością wskaźnika *RQE* a liczbą składowych (tu kryptowalut) portfela dla portfeli o równych wagach<sup>10</sup>. Dla każdego z rozważanych okresów skonstruowano 8178 portfeli. Były to wszystkie możliwe portfele  $k$  – elementowe,  $k = 2, \dots, 13$ . Na rys. 1 przedstawiono diagramy rozrzutu korelacyjnego dla poszczególnych okresów. Współczynniki korelacji liniowej dla obu okresów były dodatnie i wyniosły odpowiednio: 0,32 (okres I) i 0,33 (okres II). W I okresie największą wartością wskaźnika *RQE* charakteryzował się jeden z portfeli 5-składnikowych, natomiast w okresie II był to portfel 4-składnikowy. Z uwagi na to, że wskaźnik *RQE* w swej konstrukcji uwzględnia skorelowanie stóp zwrotu poszczególnych składowych portfela, zależność między liczbą składowych a wartością *RQE* ma charakter korelacyjny a nie ściśle monotoniczny w sensie:  $\forall_{k,m \in N} (k < m \Rightarrow RQE(P_k) < RQE(P_m))$ , gdzie  $P_k$  i  $P_m$  oznaczają portfele  $k$  i  $m$  – elementowe. Na wykresach można zauważyć większą zmienność wartości wskaźnika *RQE* w okresie II. Wynika to stąd, że w okresie I stopy zwrotu analizowanych kryptowalut charakteryzowały się silniejszym dodatnim skorelowaniem niż w okresie drugim.

**Rys. 1. Zależność między liczbą składowych portfela a RQE**



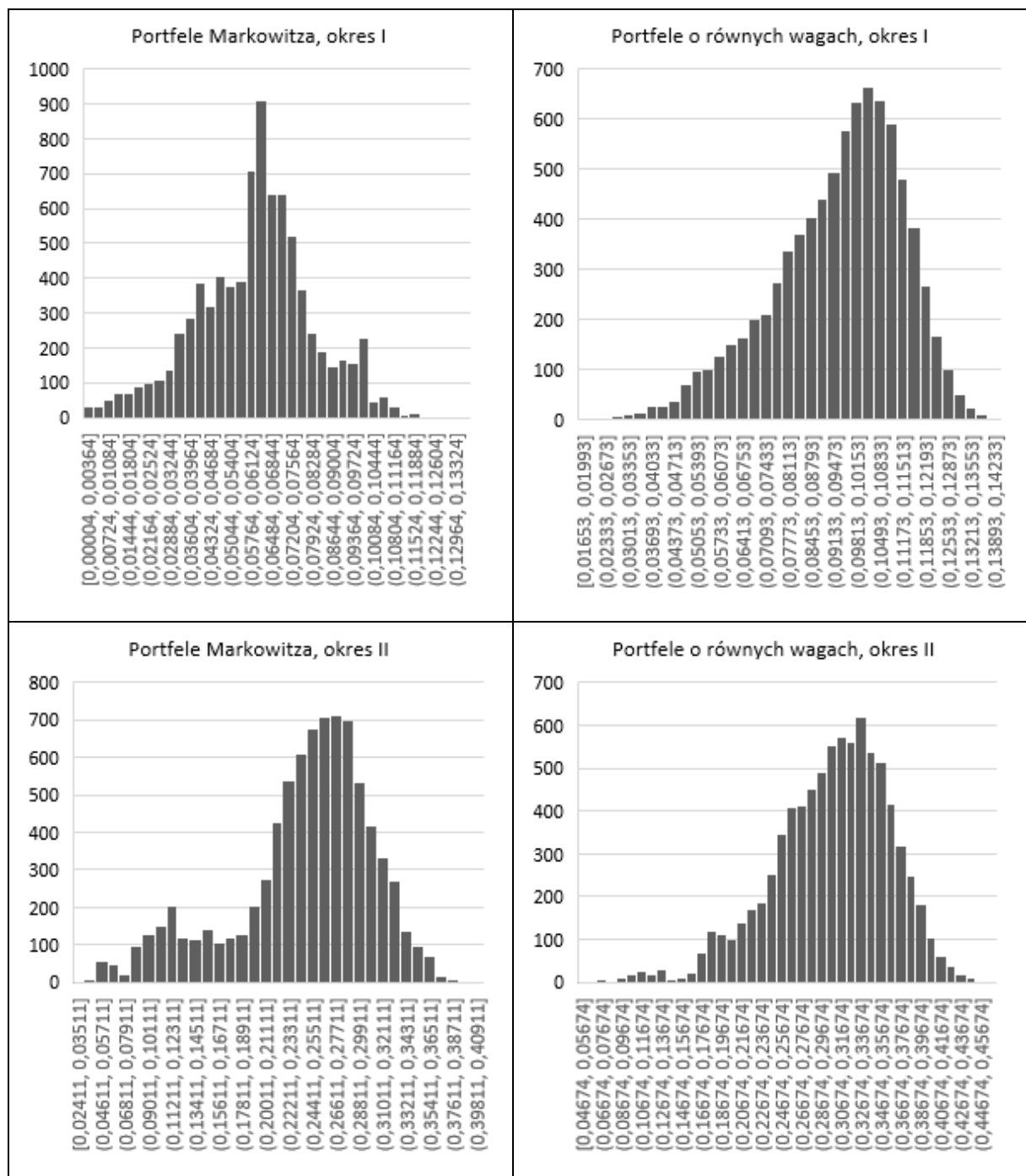
Źródło: Opracowanie własne.

<sup>9</sup> Przyjęto, że oczekiwana stopa zwrotu ma być nie mniejsza niż oczekiwana stopa zwrotu portfela o równych wagach, por. K. Kądziołka, *Zastosowanie metod grupowania hierarchicznego w strategiach portfelowych*, Firma i Rynek, nr 1(53), 2018, s. 132; M. Pichura, *Wybrane portfelowe strategie inwestycyjne i ich efektywność*. W: A. S. Barczak, D. Iskra (red.), *Metody matematyczne, ekonometryczne i komputerowe w finansach i ubezpieczeniach 2010*. Katowice: Wydawnictwo Uniwersytetu Ekonomicznego w Katowicach, 2012, s. 222–223.

<sup>10</sup> W przypadku wyznaczania wag portfeli poprzez rozwiązanie klasycznego zadania Markowitza, część składowych miała wagi równe 0 i finalnie nie było m.in. portfeli 12 i 13 elementowych. W związku z czym analizę zależności między liczbą składowych i wartością wskaźnika *RQE* ograniczono do portfeli o równych wagach, gdzie zaprezentowano zależność, że portfele o maksymalnej wartości *RQE* nie muszą być portfelami o największej liczbie składników.

## Poziom dywersyfikacji portfeli Markowitza i portfeli o równych wagach

Dla każdego z rozważanych okresów porównano wartość wskaźnika *RQE* portfeli o równych wagach oraz portfeli, w których wagi wyznaczano poprzez rozwiązanie klasycznego problemu Markowitza. W każdym z okresów analizowano 8178 portfeli Markowitza i tyle samo portfeli o równych wagach. Portfele o równych wagach charakteryzowały się w większości przypadków wyższą wartością *RQE*. W okresie I tylko 4,07% portfeli Markowitza charakteryzowało się wyższą wartością *RQE* niż portfele o równych wagach. W okresie II odsetek ten wyniósł 3,22%. Na rys. 2 przedstawiono histogramy wartości *RQE* dla portfeli o równych wagach i portfeli Markowitza odpowiednio w okresie I i II. Przeciętna wartość *RQE* portfeli Markowitza w okresie I wyniosła 0,061 a portfeli o równych wagach 0,094. W okresie II było to odpowiednio 0,241 i 0,302.

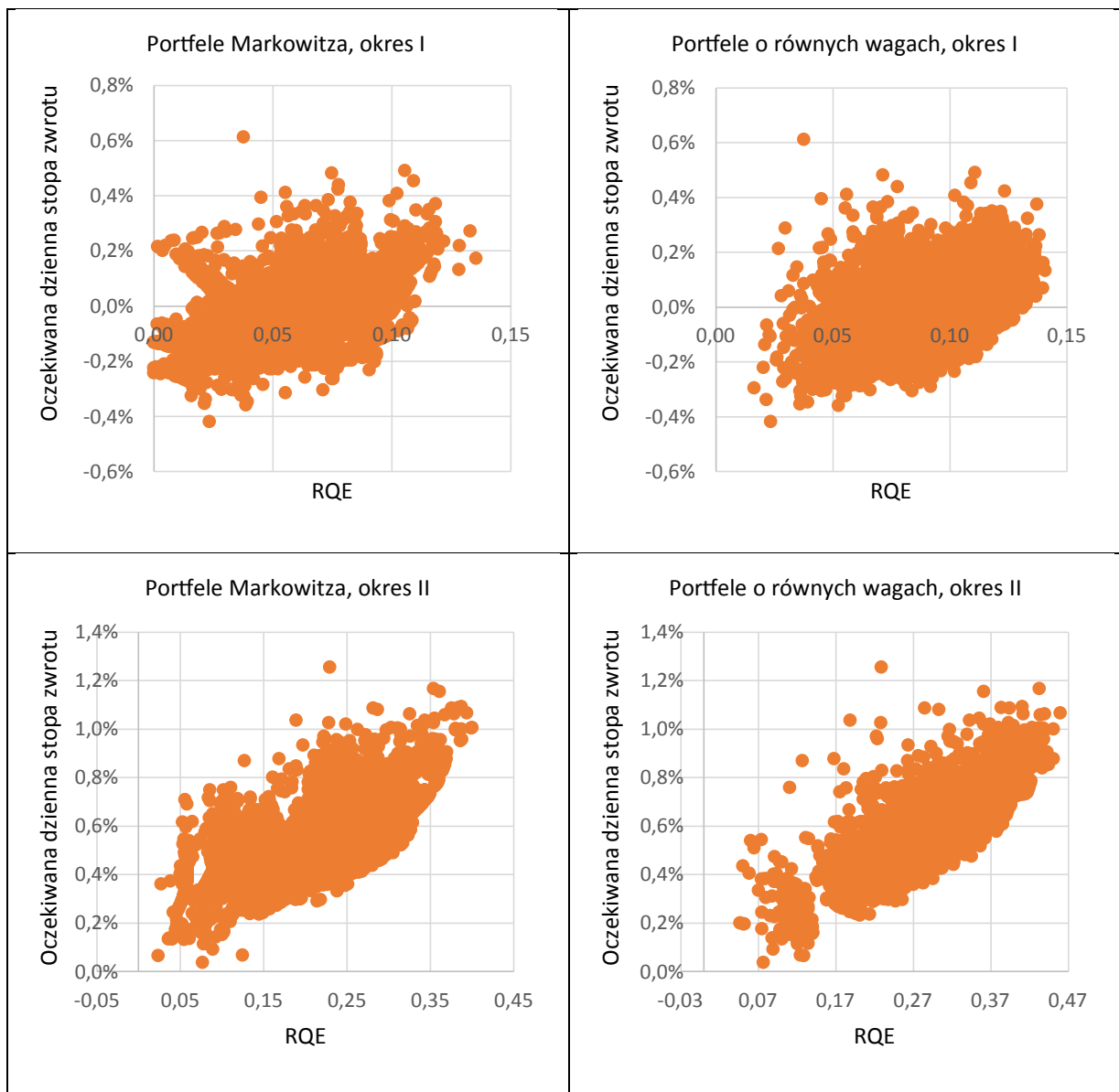


**Rys. 2. Histogramy dla wartości *RQE* portfeli**

Źródło: Opracowanie własne.

### Poziom dywersyfikacji a oczekiwana stopa zwrotu

Współczynniki korelacji liniowej między wartością *RQE* a oczekiwaną stopą zwrotu portfeli były dodatnie, co oznacza, że portfele silniej zdywersyfikowane charakteryzowały się przeciętnie wyższą oczekiwaną stopą zwrotu. Współczynniki te wyniosły odpowiednio: 0,488 w przypadku portfeli Markowitza w okresie I, 0,409 w przypadku portfeli o równych wagach dla okresu I, 0,681 w przypadku portfeli Markowitza dla okresu II, 0,785 w przypadku portfeli o równych wagach dla okresu II. Na rys. 3 przedstawiono wykresy rozrzutu oczekiwanej stopy zwrotu i *RQE* analizowanych portfeli.



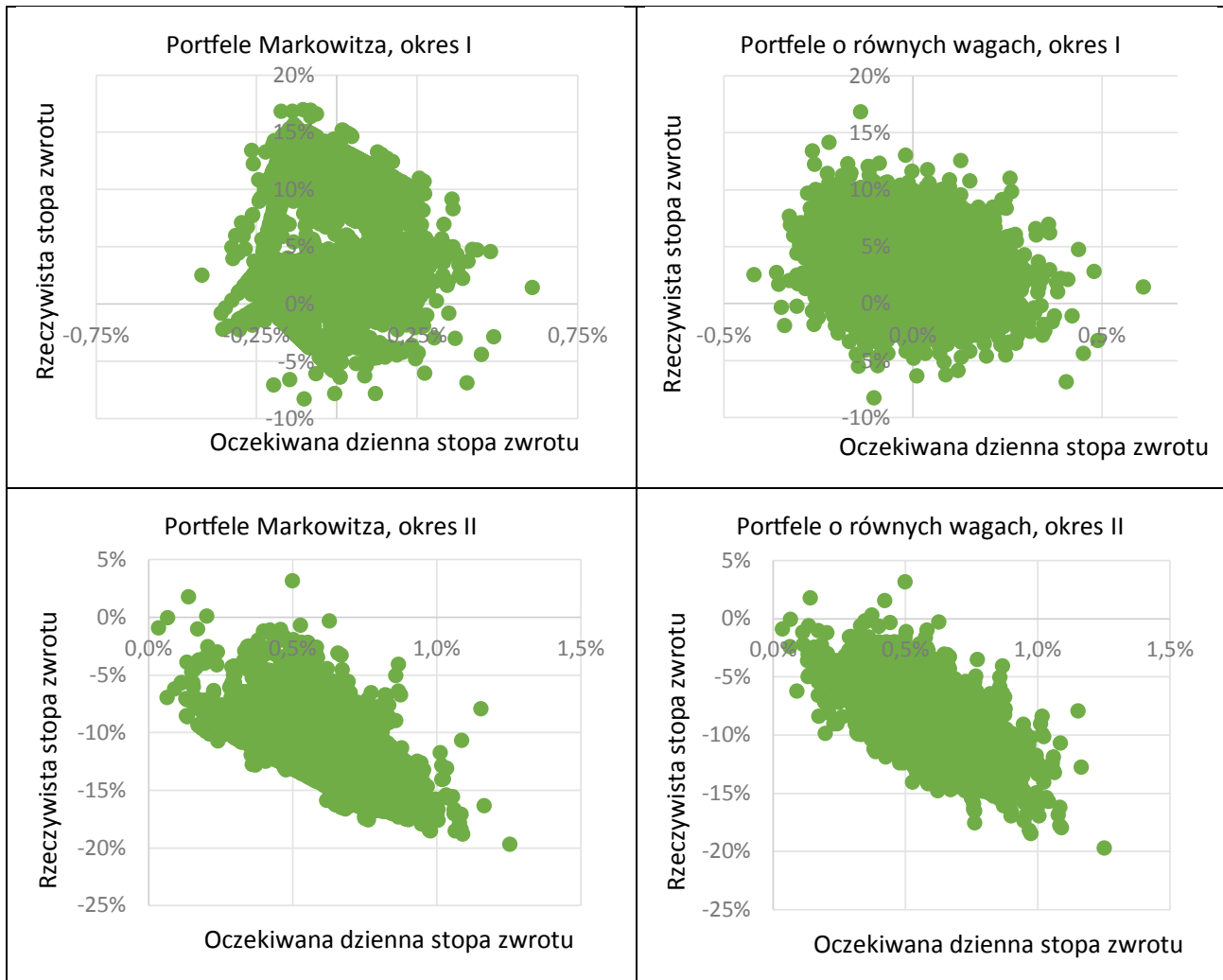
**Rys. 3. Poziom dywersyfikacji a oczekiwana stopa zwrotu portfeli**

Źródło: Opracowanie własne

### Oczekiwania a rzeczywistość

Współczynniki korelacji liniowej między oczekiwaną dzienną stopą zwrotu a rzeczywistą stopą zwrotu z 30-dniowej inwestycji w analizowane portfele były ujemne. Portfele charakteryzujące się wyższą oczekiwaną stopą zwrotu nie umożliwiły osiągnięcia przeciętnie wyższej stopy zwrotu niż pozostałe portfele. Współczyn-

niki te wyniosły odpowiednio:  $-0,066$  dla portfeli Markowitza w okresie I,  $-0,22$  dla portfeli o równych wagach w okresie I,  $-0,592$  dla portfeli Markowitza w okresie II,  $-0,631$  dla portfeli o równych wagach w okresie II. Na rys. 4 przedstawiono wykresy rozrzutu rzeczywistej (po 30 dniach inwestycji) i oczekiwanej (dziennej) stopy zwrotu analizowanych portfeli.



**Rys. 4. Oczekiwana i rzeczywista stopa zwrotu**

Źródło: opracowanie własne.

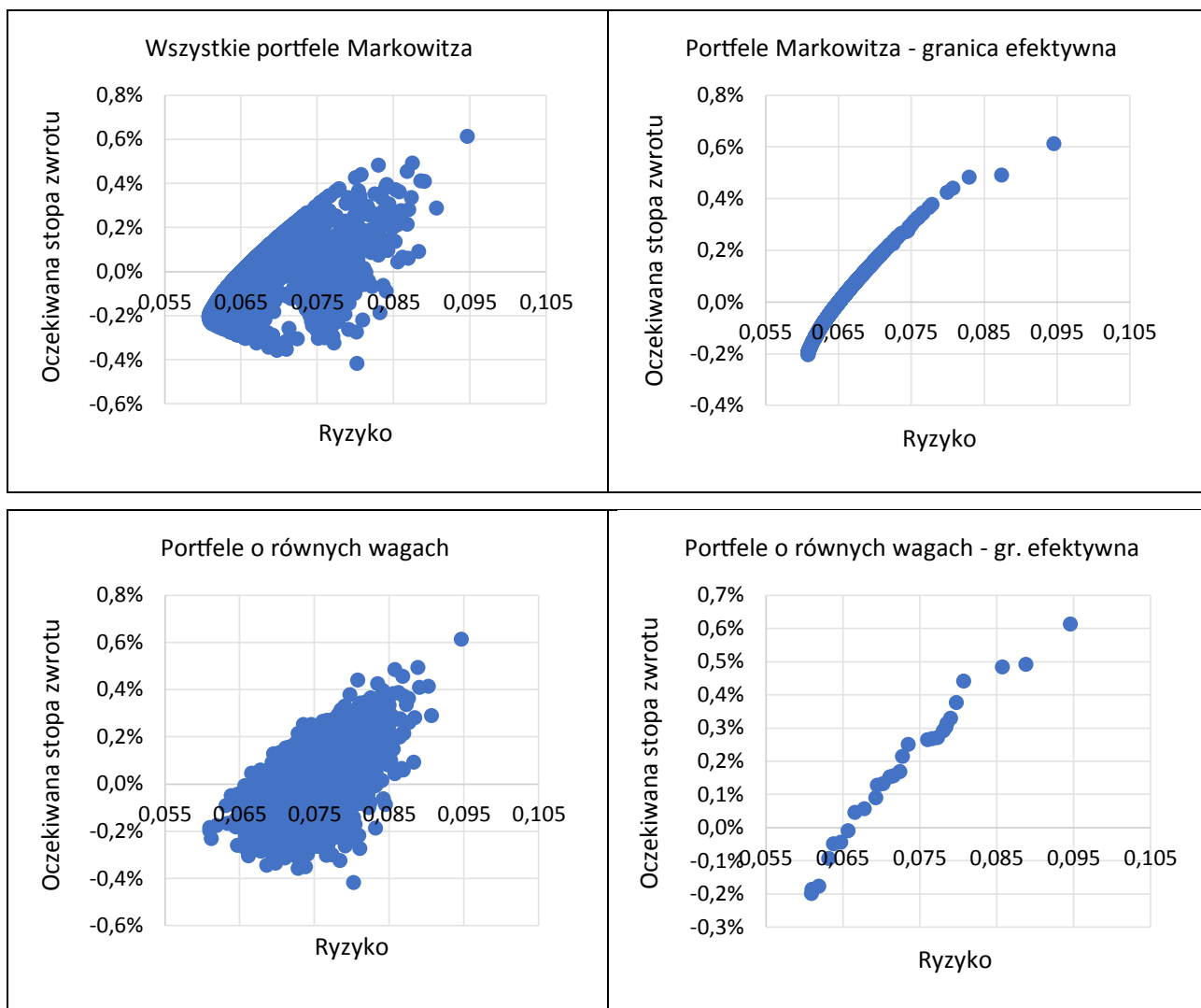
W okresie I przeciętna stopa zwrotu portfeli Markowitza na danych testowych wyniosła  $6,47\%$  a portfeli o równych wagach  $3,32\%$ . Odsetek portfeli Markowitza, które w tym okresie umożliwiły osiągnięcie wyższej stopy zwrotu niż portfele o równych wagach wyniósł  $74,37\%$ . W okresie II przeciętna stopa zwrotu (w tym przypadku strata) portfeli Markowitza na danych testowych wyniosła  $-11,54\%$  a portfeli o równych wagach  $-8,97\%$ . Odsetek portfeli Markowitza, które w tym okresie umożliwiły osiągnięcie wyższej stopy zwrotu (w tym przypadku mniejszej straty) niż portfele o równych wagach wyniósł  $6,24\%$ .

W prezentowanych dotychczas przykładach dokonano porównania stóp zwrotu i poziomu dywersyfikacji portfeli Markowitza i portfeli o równych wagach tworzonych na podstawie wszystkich możliwych podzbiorów  $2, \dots, 13$  – elementowych. Porównane zostaną też stopy zwrotu i poziom dywersyfikacji portfeli efektywnych. Portfel efektywny to taki portfel, dla którego nie istnieje portfel o tej samej stopie zwrotu i mniejszym ryzyku ani portfel o tym samym ryzyku i większej stopie zwrotu<sup>11</sup>. Portfele efektywne znajdują się na tzw. *granicy*

<sup>11</sup> M. Mościbrodzka, J. Żukowska, *Przydatność wybranych metod oceny papierów wartościowych*, *Przedsiębiorstwo & Finanse* nr 3(13), 2013, s. 98.

efektywnej. Na rys 5. przedstawiono mapy ryzyko – dochód dla wszystkich portfeli oraz portfeli znajdujących się na granicy efektywnej dla danych z okresu I. Współrzędne punktów są równe odchyleniu standardowemu stóp zwrotu (ryzyko) i oczekiwanej dziennej stopie zwrotu poszczególnych portfeli.

W praktyce odrzuca się portfele o oczekiwanych stopach zwrotu mniejszych niż zero. W prezentowanych przykładach portfele te uwzględniono. Portfele z granicy efektywnej dla I okresu, których oczekiwana stopa zwrotu była ujemna, na danych testowych uzyskały dodatnią stopę zwrotu. Z kolei w okresie II wszystkie portfele znajdujące się na granicy efektywnej charakteryzowały się dodatnią oczekiwaną stopą zwrotu.



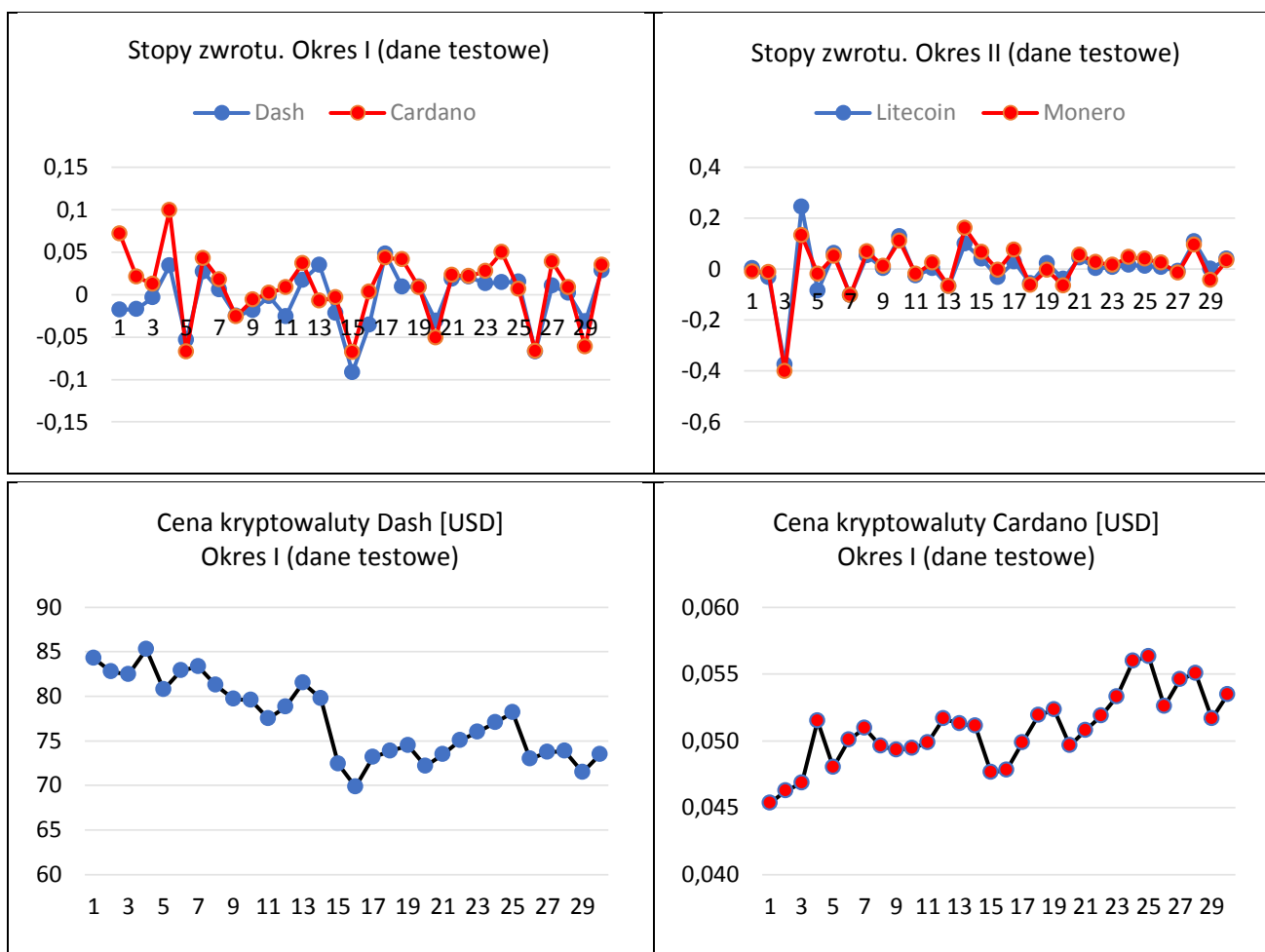
**Rys. 5. Mapa dochód – ryzyko dla okresu I**

Źródło: Opracowanie własne.

W przypadku danych z okresu I przeciętna rzeczywista stopa zwrotu portfeli Markowitza znajdujących się na granicy efektywnej wyniosła 9,2% a portfeli o równych wagach 4,75%. Przepiętny poziom dywersyfikacji tych portfeli wyniósł odpowiednio 0,066 i 0,087. Zatem przeciętne stopy zwrotu portfeli znajdujących się na granicy efektywnej były wyższe niż średnie dla ogółu portfeli. Przepiętny poziom dywersyfikacji portfeli Markowitza znajdujących się na granicy efektywnej był nieznacznie większy niż dla ogółu portfeli Markowitza, natomiast w przypadku portfeli o równych wagach znajdujących się na granicy efektywnej był on niższy niż w przypadku ogółu portfeli. W przypadku danych z okresu II przeciętna rzeczywista stopa zwrotu (strata) portfeli Markowitza znajdujących się na granicy efektywnej wyniosła –13,27% a portfeli o równych wagach –15,15%. Przepiętny poziom dywersyfikacji tych portfeli wyniósł odpowiednio 0,287 i 0,289. Zatem w przypadku danych z II okresu przeciętna stopa zwrotu portfeli znajdujących się na granicy efektywnej była niższa

niż dla ogółu portfeli (zarówno dla portfeli Markowitza jak i portfeli o równych wagach). Przeciętny poziom dywersyfikacji portfeli Markowitza znajdujących się na granicy efektywnej był wyższy niż dla ogółu portfeli Markowitza, natomiast w przypadku portfeli o równych wagach znajdujących się na granicy efektywnej był on niższy niż w przypadku ogółu portfeli.

W prezentowanych przykładach w skład portfeli wchodziły często kryptowaluty, których stopy zwrotu były silnie dodatnio skorelowane. W praktyce aby ograniczyć ryzyko przyjmuje się, że inwestor powinien wybrać do portfela te instrumenty (tu kryptowaluty), dla których współczynnik korelacji stóp zwrotu jest ujemny lub ma niską dodatnią wartość. W pierwszym przypadku spadki kursu jednej kryptowaluty powinny być rekompensowane wzrostami kursu drugiej. Z kolei w drugim, spadkiem kursu jednej kryptowaluty powinny towarzyszyć co najwyżej nieznaczne spadki kursu drugiej<sup>12</sup>. Należy mieć jednak na uwadze, że silne dodatnie skorelowanie stóp zwrotu składowych portfela nie jest jednoznaczne z tym, że inwestycja w oba te instrumenty przyniesie jednocześnie dla obu zysk lub dla obu stratę. Sytuacja ta została zaprezentowana na danych testowych okresu I i II dla wybranych par kryptowalut. W okresie I dla danych testowych współczynnik korelacji liniowej stóp zwrotu kryptowalut Dash i Cardano wyniósł 0,766. Natomiast stopa zwrotu z inwestycji w kryptowalutę Dash wyniosła -12,76% (strata) a stopa zwrotu z inwestycji w kryptowalutę Cardano wyniosła 17,96% (Rys. 6). Z kolei w okresie II współczynnik korelacji stóp zwrotu kryptowalut Litecoin i Monero na danych testowych wyniósł 0,942. Natomiast stopa zwrotu z inwestycji w kryptowalutę Litecoin wyniosła -7,35% (strata) a stopa zwrotu z inwestycji w kryptowalutę Monero wyniosła 5,21%.



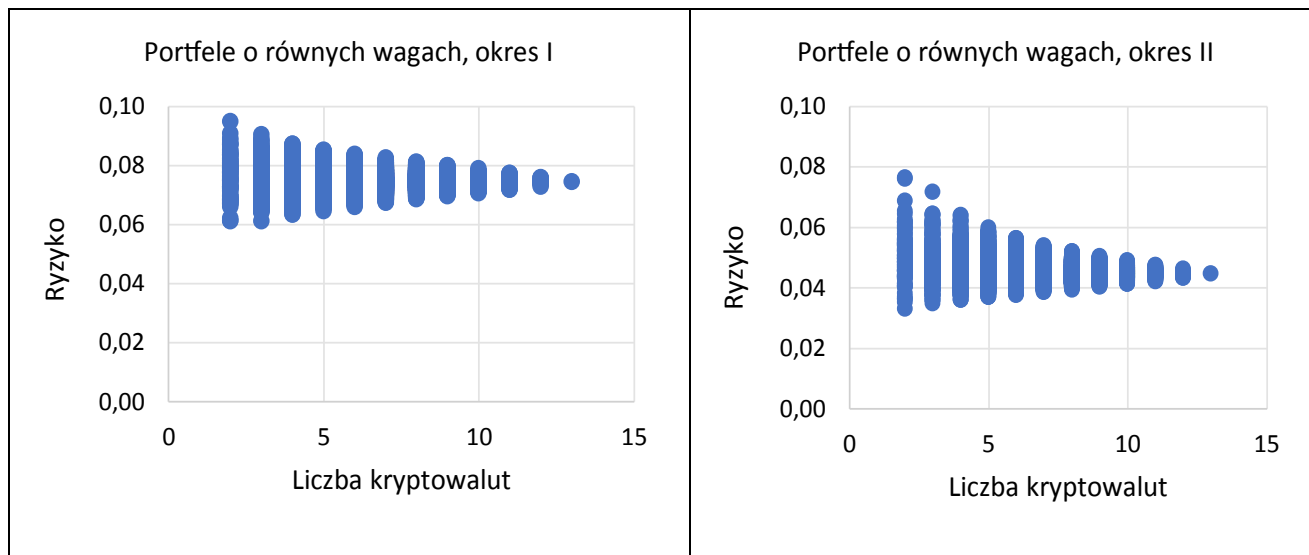
**Rys. 6. Korelacja stóp zwrotu a zwrot z inwestycji**

Źródło: Opracowanie własne

<sup>12</sup> K. Kądziołka, *Zastosowanie metod grupowania hierarchicznego w strategiach portfelowych*, Firma i Rynek, nr 1(53), 2018, s. 128.



Analizowano portfele zawierające od 2 do 13 kryptowalut. Zwiększanie liczby składników portfeli zmniejsza zakres zmienności ryzyka, ale go nie niweluje. Ponadto portfele o największej liczbie składników nie muszą być portfelami o najmniejszym ryzyku. Na rys. 7 przedstawiono zależność między liczbą składników portfeli o równych wagach a ryzykiem (rozumianym tu jako odchylenie standardowe stóp zwrotu).



**Rys. 7. Liczba składowych portfela a ryzyko**

Źródło: Opracowanie własne

## Podsumowanie

W prezentowanych przykładach rozważano portfele Markowitza i portfele o równych wagach. W okresie I większość portfeli Markowitza pozwoliła uzyskać wyższą stopę zwrotu niż portfele o równych wagach. W okresie II było odwrotnie. Żadna z rozważanych metod nie umożliwiła w obu okresach częstszego osiągnięcia wyższych stóp zwrotu. Zatem żadna z tych metod nie umożliwia w dowolnym okresie generowania przeciętnie większych zysków. Podejmując decyzje inwestycyjne należy mieć świadomość, że oczekiwana stopa zwrotu jest tylko pewną prognozą. Z inwestycją w portfele, czy to kryptowalut czy akcji czy innych instrumentów, związane jest ryzyko. Ryzyko było tu rozumiane jako zmienność stóp zwrotu. Należy mieć jednak na uwadze, że inwestycje w waluty kryptograficzne obarczone są też m. in. ryzykiem płynności czy upadku giełdy walut kryptograficznych<sup>13</sup>. Na zaprezentowanych przykładach można m. in. zauważyć, że oczekiwana stopa zwrotu wszystkich portfeli tworzonych na danych II okresu była dodatnia, natomiast na danych testowych większość 30-dniowych inwestycji w okresie II przyniosłaby stratę części zainwestowanego kapitału. Dodatnie oczekiwane stopy zwrotu nie gwarantują, że rzeczywista stopa zwrotu z inwestycji również będzie dodatnia. Portfele znajdujące się na granicy efektywnej ani portfele charakteryzujące się wyższym poziomem dywersyfikacji nie są pewnikiem uzyskania wyższej rzeczywistej stopy zwrotu niż inne portfele. Z kolei posiadanie w portfelu instrumentów o silnie dodatnio skorelowanych stopach zwrotu, nie jest jednoznaczne z tym, że wszystkie one jednocześnie przyniosą zysk lub stratę.

<sup>13</sup> K. Kądziołka, *Ocena czasu funkcjonowania giełd Bitcoin z wykorzystaniem metod nieparametrycznych*, *Przedsiębiorstwo & Finanse*, nr 2(17), 2017, s. 104.

## Literatura

- Mościbrodzka M., Żukowska J., *Przydatność wybranych metod oceny papierów wartościowych*, *Przedsiębiorstwo & Finanse* nr 3(13), 2013.
- Gluzicka, A., *Optymalna dywersyfikacja na polskim rynku inwestycyjnym*, *Studia Ekonomiczne Zeszyty Naukowe Uniwersytetu Ekonomicznego w Katowicach* nr 297, 2016.
- Gluzicka, A., *Wybrane miary oceny stopnia dywersyfikacji portfeli inwestycyjnych*, *Studia Ekonomiczne Zeszyty Naukowe Uniwersytetu Ekonomicznego w Katowicach* nr 340, 2017.
- Gluzicka, A., *Zastosowanie portfeli zdywersyfikowanych do oceny zdolności inwestycyjnej województw Polski*, *Studia Ekonomiczne Zeszyty Naukowe Uniwersytetu Ekonomicznego w Katowicach* nr 353, 2018.
- Kądziołka, K., *Ocena czasu funkcjonowania giełd Bitcoin z wykorzystaniem metod nieparametrycznych*, *Przedsiębiorstwo & Finanse*, nr 2(17), 2017.
- Kądziołka, K., *Zastosowanie metod grupowania hierarchicznego w strategiach portfelowych*, *Firma i Rynek*, nr 1(53), 2018.
- Pichura, M., *Wybrane portfelowe strategie inwestycyjne i ich efektywność*. W: A. S. Barczak, D. Iskra (red.), *Metody matematyczne, ekonometryczne i komputerowe w finansach i ubezpieczeniach 2010*. Katowice: Wydawnictwo Uniwersytetu Ekonomicznego w Katowicach, 2012.
- Szymankiewicz, M., *Bitcoin. Wirtualna waluta Internetu*. Gliwice: Helion, 2014.
- [www.coingecko.com](http://www.coingecko.com), data dostępu: 21.07.2020.

## Level of diversification and profitability of the investment portfolios on the example of cryptocurrency portfolios

### Abstract

Article presents the results of analysis of the relationship between expected and real rate of return and the level of diversification of investment portfolios measured with the Rao's quadratic entropy. There were arbitrarily selected 13 cryptocurrencies that could be included in the portfolio. The analyzes were conducted for two arbitrarily selected periods. To create the portfolios, all possible  $k$ -element ( $k = 2, \dots, 13$ ) subsets of the initial set of cryptocurrencies were taken into account. There was a positive correlation between the level of diversification and expected rate of return in both analyzed periods. On the other hand, the correlation coefficients between expected and real rate of return were negative. Neither portfolios from efficient frontier nor portfolios with a highest degree of diversification do not guarantee a higher real rate of return than other portfolios. In period I, most of the Markowitz portfolios allowed to achieve a higher rate of return than equal weights portfolios. In period II most of the Markowitz portfolios were worse than naive portfolios. None of the considered methods allowed to achieve higher rates of return more frequently in both periods.

### Keywords

diversification, Rao's quadratic entropy, cryptocurrency, cryptocurrency portfolio, risk, Markowitz portfolio, naive portfolio